



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA
"TOR VERGATA"

FACOLTA' DI INGEGNERIA

DOTTORATO DI RICERCA IN GEOINFORMAZIONE

CICLO DEL CORSO DI DOTTORATO

XXII

TECNICHE INNOVATIVE PER LA RIVELAZIONE E LA SEPARAZIONE DI
SEGNALI SOVRAPPOSTI NEL CANALE DEL RADAR SECONDARIO DI
SORVEGLIANZA

Emilio Giuseppe Piracci

A.A. 2009/2010

Tutor: Prof. Gaspare Galati

Assistant-tutor: Prof. Nicolas Petrochilos

Coordinatore: Prof. Domenico Solimini

Riassunto

In questo lavoro è stato affrontato il problema della corretta ricezione di segnali a 1090 MHz in ambienti ad alta densità di traffico. I segnali oggetto degli studi sono quelli utilizzati dai sistemi per la sorveglianza del traffico aereo (ATC): il radar secondario di sorveglianza (SSR), il sistema ADS-B (Automatic Dependent Surveillance-Broadcast), i sistemi di multilaterazione (MLAT e WAM), il sistema TIS-B ed il sistema T-CAS (Traffic Collision Avoidance System). Le sorgenti dei segnali sono: i transponder avionici, i transponder veicolari e le stazioni trasmettenti del sistema TIS-B (Traffic Information System – Broadcast). I transponder trasmettono segnali di modo convenzionale e di modo S a seguito di interrogazioni da parte del radar secondario di sorveglianza, da parte di sistemi MLAT/WAM attivi e da parte dei sistemi T-CAS. I transponder di modo S inoltre trasmettono anche dei segnali spontanei detti *squitter*. Le stazioni TIS-B trasmettono segnali di modo S con la funzione di aggiornare gli aeromobili dotati di ADS-B sul traffico di aeromobili non dotati di ADS-B. Un ricevitore a 1090 MHz collocato in un ambiente ad alta densità di traffico possiede una probabilità non trascurabile di ricevere segnali sovrapposti nel tempo, soprattutto se dotato di antenna ricevente omnidirezionale. Inevitabilmente una tale situazione impedisce la corretta ricezione e decodifica di tutti i segnali, pregiudicando l'integrità della sorveglianza. Le tecniche proposte per affrontare il problema della ricezione di segnali sovrapposti sfruttano la diversità di antenna per rivelare la presenza di segnali sovrapposti e separarli. Tali metodi prevedono l'uso di una antenna ad array ed un ricevitore multicanale. Viene proposta anche una soluzione basata sull'uso di un ricevitore mono canale ed antenna omnidirezionale. Gli algoritmi presentati sono stati valutati tramite dei test utilizzando segnali reali registrati. Infine viene mostrato come aumenta la capacità del canale a 1090 MHz grazie all'utilizzo delle tecniche proposte.

Abstract

This work addresses the reception problem of 1090 MHz signals in high traffic density environment. The 1090 MHz signals are used in air traffic control systems: The secondary surveillance radar (SSR), the ADS-B (Automatic Dependent Surveillance-Broadcast), the multilateration systems (MLAT and WAM), the TIS-B (Traffic Information System - Broadcast) system and the T-CAS (Traffic Collision Avoidance System). The signals sources are: the avionic transponder, the vehicular transponder and the TIS-B ground stations. The transponders transmit conventional and Mode S signals after receiving an interrogation by the secondary radar surveillance systems, by active MLAT / WAM and by T-CAS systems. Mode S transponders also transmit squitters, i.e. spontaneously emitted signals. The TIS-B ground-stations transmit Mode S signals in order to update the non-ADS-B traffic to the aircraft equipped with ADS-B (it is an ADS-B gap filler). A 1090 MHz receiver placed in a high traffic environment has a significant probability of receiving signals overlapping in time, particularly while using omnidirectional receiving antenna. Inevitably, this situation prevents the proper reception and decoding of all signals, compromising the integrity of surveillance. The thesis propose several methods to address the problem of overlapping received signal exploiting the antenna diversity, via an antenna array, for signals detection, separation, and decoding. These methods necessitate the use of an antenna array and a multichannel receiver, but also a mono-channel algorithm is proposed, which is useful for older systems that have only a single omnidirectional antenna. The presented algorithms have been assessed using real recorded signals. Finally the 1090 MHz channel capacity enhancement using the proposed methods is demonstrated.

Ringraziamenti

Desidero esprimere i miei ringraziamenti:

-al **Prof. G. Galati** per la sua guida in questi anni, e per aver messo a disposizione le condizioni necessarie per lo svolgimento del lavoro, fornendo sussidio scientifico, tecnico e logistico, ed inoltre per il lavoro offerto nel guidare, indirizzare e revisionare le attività,

-al **Prof. N. Petrochilos** per il suo fondamentale contributo scientifico nel proporre ed ideare gli algoritmi oggetto degli studi, ed inoltre per la realizzazione del sistema di acquisizione ed il suo uso con l'**Ing. L. Menè**, grazie al quale è stato possibile disporre dell'ampio database di segnali per le prove,

-ai componenti del gruppo di ricerca del **Laboratorio Radar e Navigazione** della Facoltà di Ingegneria dell'Università di Roma Tor Vergata, nelle persone dell'**Ing. M. Leonardi**, **L'Ing. G. Pavan**, **il tecnico S. Pandiscia**, **la sig.ra L. Mandola**, che guidati dal **prof. G. Galati** hanno messo a disposizione la loro collaborazione nei miei confronti,

-al **Prof. D. Solimini**, coordinatore del corso di Dottorato in Geoinformazione, ed a tutto il **collegio dei docenti del Dottorato**, per l'attività di valutazione e revisione svolta.

Acknowledgments

Thanks to:

- Prof. G. Galati for his supervision during the PhD work, for providing the best conditions toward work development, providing scientific, technical and logistical aid, and also for guidance and reviewing activities,

- Prof. N. Petrochilos for fundamental scientific contributions in proposing and designing the algorithms, and also for the realization of the acquisition system used within our group.

- Ing. L. Menè (former student), for creating a wide database of real signals available for testing and evaluating our algorithms

- the members of Laboratorio Radar e Navigazione of Engineering Faculty of Tor Vergata University of Rome: Ing. M. Leonardi, Ing. G. Pavan, tecnico S. Pandiscia, sig.ra L. Mandola, supervised by prof. G. Galati, for their constant support,

-Prof. D. Solimini, coordinator of PhD course in Geoinformation and to the members of the course board for their review.

Indice

Riassunto.....	2
<i>Abstract</i>	3
Ringraziamenti.....	4
Acknowledgments.....	4
Indice.....	5
Lista acronimi	7
Introduzione	8
Parte I.....	10
1. Sistemi di sorveglianza che utilizzano il canale a 1090 MHz.....	10
1.1. Radar secondario di sorveglianza	10
1.2. ADS-B e TIS-B.....	11
1.3. Sistemi di multilaterazione.....	12
2. I segnali a 1090 MHz nel contesto ATC.....	14
2.1. Il sistema di acquisizione dei segnali a 1090 MHz della Delft University of Technology	14
2.2. Segnali di modo convenzionale	15
2.3. Segnali di modo S – repliche e squitter.....	17
2.4. Segnali DME.....	20
3. Il problema del garbling e del FRUIT e gli attuali ricevitori a 1090 MHz.....	22
3.1. Garbling e FRUIT	22
3.2. Segnali interferenti.....	23
3.3. Ricevitori a 1090 MHz.....	25
Parte II Algoritmi di separazione dei segnali a 1090 MHz.....	30
4. Richiami di algebra lineare	30
4.1. Definizioni	30
4.2. Fattorizzazione QR	33
4.3. Decomposizione ai valori singolari (SVD).....	34
4.4. Matrice pseudo-inversa	35
4.5. Il problema degli autovalori.....	35
5. Modello di antenna ad array.....	37
5.1. Rappresentazione complessa dei segnali	37
5.2. Uscita / risposta dell'antenna array.....	38
5.3. Array manifold e stima parametrica della DOA	40
5.4. Beamforming e separazione dei segnali.....	41

5.4.1.	Beamforming classico.....	42
5.4.2.	MVDR.....	42
5.4.3.	MUSIC.....	43
5.4.4.	ESPRIT.....	43
5.5.	Risposta dell'array.....	45
6.	Overview sui metodi proposti.....	49
	Algoritmi per ricevitori a 1090 MHz.....	53
7.	PA – Projection Algorithm.....	53
7.1.	Rivelazione del numero di sorgenti.....	59
7.2.	Limitazioni angolari.....	61
7.3.	Prestazioni PA.....	64
8.	EPA – Extended Projection Algorithm.....	71
8.1.	Proposizione sulla estrazione di una sorgente da un sottospazio di segnale.....	72
8.2.	Prestazioni EPA.....	78
9.	PASA – PA Single Antenna.....	80
9.1.	Indice di condizionamento di M.....	81
9.2.	Rivelazione del numero di sorgenti.....	82
9.3.	Estrazione delle sorgenti.....	85
9.4.	Prestazioni PASA.....	87
9.4.1.	Indice di condizionamento della matrice M.....	87
9.4.2.	Prestazioni in funzione dello <i>shift</i> in frequenza tra i segnali.....	89
9.4.3.	Prestazioni in funzione della differenza dei tempi di arrivo dei segnali.....	93
10.	Algoritmi 3D e 8D basati sul concetto di sparsity.....	96
10.1.	Algoritmo 3D.....	96
10.1.1.	Rappresentazione del segnale.....	97
10.1.2.	Metodo globale.....	99
10.1.3.	Metodo sequenziale.....	102
10.2.	Algoritmo 8D.....	104
10.3.	Nota sul processo di clusterizzazione.....	106
10.4.	Prestazioni algoritmi sparsity.....	107
11.	Capacità di canale.....	110
11.1.	Stima della capacità del canale a 1090 MHz.....	112
	Conclusioni.....	115
	Bibliografia.....	119

Lista acronimi

ADS-B	Automatic Dependent Surveillance – Broadcast
ATC	Air Traffic Control
ATM	Air Traffic Management
dB dBW dBm	Decibel (decibel Watt, decibel milliWatt)
DME	Distance Measuring Equipment
DOA	Direction Of Arrival
EPA	Extended Projection Algorithm
ES	Extended Squitter
FAA	Federal Aviation Administration
FL	Flight Level
FRUIT	False Replies Unsynchronised In Time
GNSS	Global Navigation Satellite System
ICAO	International Civil Aviation Organization
IFF	Identification Friend or Foe
MLAT	Multilaterazione
NM	Nautical Mile
ONU	Organizzazione Nazioni Unite
PA	Projection Algorithm
PASA	Projection Algorithm Single Antenna
PPM	Pulse Position Modulation
SSR	Secondary Surveillance Radar
T-CAS	Traffic – Collision Avoidance System
T-DOA	Time Difference Of Arrival
TIS-B	Traffic Information System - Broadcast
UAT	Universal Access Transceiver
VDL	VHF Data Link
VHF	Very High Frequency
WAM	Wide Area Multilateration

Introduzione

In questa tesi vengono esposti i risultati del lavoro di ricerca svolto in seno al corso di Dottorato in Geoinformazione. Il contesto in cui è stata svolta l'attività è quello connesso al controllo del traffico aereo, con particolare attenzione ai sistemi che svolgono sorveglianza aerea basati sull'uso di segnali trasmessi da transponder avionici ed anche da transponder con caratteristiche similari ma che equipaggiano veicoli terrestri. In questo contesto rientrano il radar secondario di sorveglianza (SSR Secondary Surveillance Radar), il sistema ADS-B (Automatic Dependent Surveillance – Broadcast), il sistema TIS-B (Traffic Information System – Broadcast), il sistema di multilaterazione (MLAT Multilateration, e WAM Wide Area Multilateration). Gli obiettivi delle attività svolte sono costituiti dallo studio ed implementazione di tecniche per migliorare la ricezione di segnali in ambienti ad alta densità di traffico. I segnali considerati sono quelli trasmessi dai transponder e ricevuti dalle installazioni di terra o da aeromobili eventualmente equipaggiati anche da ricevitori (ADS-B Automatic Dependent Surveillance – Broadcast, o T-CAS Traffic – Collisions Avoidance System). L'utilizzo di questi sistemi di sorveglianza è necessario ai vari provider nazionali di controllo del traffico aereo, in modo complementare ad altre tipologie di sistemi, ed è regolamentato da norme stabilite dall' ICAO (International Civil Aviation Organization), che è una agenzia autonoma dell' ONU. La presenza del transponder è quindi obbligatoria in quasi tutte le tipologie di aeromobili abilitati al volo. Le motivazioni per lo studio di opportune tecniche di ricezioni dei segnali emessi dai transponder sono duplici: in primo luogo gli indirizzi presi dai maggiori provider di controllo del traffico aereo (EUROCONTROL e FAA Federal Aviation Administration) prevedono un uso sempre più esteso delle tecnologie basate su transponder; ed inoltre l'annuale crescita del numero di aeromobili circolanti determina un aumento anche della densità di traffico "elettromagnetico" incrementando la probabilità dell'insorgere di particolari problemi di interferenza in fase di ricezione dei suddetti segnali. La soluzione, o il mitigamento, di questi problemi è di attuale necessità, tanto che ha spinto anche EUROCONTROL alla sua attenzione promuovendo diversi studi al riguardo. Il problema delle interferenze in ricezione è tanto più probabile quanto più i ricevitori si trovano posizionati in ambienti ad alta densità di traffico (es. zone adiacenti ad aeroporti di grandi dimensioni), e la conseguenza è la perdita delle informazioni trasmesse dagli aeromobili e quindi la perdita di continuità di sorveglianza, situazione inammissibile per sistemi al servizio di centri di controllo del traffico aereo. Se da una parte il passaggio da transponder a modalità convenzionale a transponder a modalità selettiva (Mode S) ha praticamente risolto questo problema per il radar secondario di sorveglianza (vedremo in seguito

come), rimane sempre attuale per quei sistemi dotati di ricevitori equipaggiati con antenne omnidirezionali, tipo i sistemi di multilaterazione e l'ADS-B, che tra l'altro dovranno sostituire nel futuro i radar secondari. Lo studio svolto ha portato a risultati interessanti ed effettivamente validi. L'argomento è stato affrontato da diversi punti di vista, in particolare con soluzioni basate su tecniche di signal processing. Sono stati implementati diversi algoritmi, alcuni da studi volti ad applicare ed adattare metodi già noti in letteratura al caso particolare, altri basati su soluzioni originali. Dalle attività di studio è stato inoltre sviluppato un deposito di brevetto internazionale. Fin da questo punto si precisa che i risultati raggiunti sono frutto della collaborazione con il Laboratorio Radar e Navigazione dell'Università di Tor Vergata, collaborazioni con le aziende Finmeccanica Selex SI e SESM, collaborazioni con il consorzio CRR (Centro Ricerche Radar) e da collaborazione internazionale con il Prof. N. Petrochilos (University of Hawaii / University of Reims).

La prima parte della tesi è descrittiva, in particolare sono descritti: il problema affrontato, i sistemi ed i segnali presi in considerazione. In questo modo si cerca di evitare al lettore la necessità di letture propedeutiche, tuttavia, soprattutto, per ciò che riguarda la descrizione dei sistemi, la trattazione è basilare e non esaustiva e per maggior completezza si rimanda a testi specifici.

Nella seconda parte sono trattate le tecniche studiate ed implementate, anche in questo caso sono presenti dei paragrafi di background in particolare sulle notazioni adottate e su argomenti di algebra lineare, e argomenti specifici riguardo il trattamento dei segnali presi in considerazione. Sono riportati i risultati ottenuti dai vari test e simulazioni per la stima delle prestazioni delle tecniche implementate. I risultati sono ottenuti provando gli algoritmi sia con segnali simulati che con segnali registrati provenienti dal data-base del laboratorio UTV (Università Tor Vergata) radar e navigazione.

Parte I

1. Sistemi di sorveglianza che utilizzano il canale a 1090 MHz

In questo capitolo vengono introdotti i sistemi per il controllo del traffico aereo che utilizzano, in modo attivo o passivo, segnali centrati sulla frequenza dei 1090 MHz. In particolare sono descritti il radar secondario di sorveglianza, i sistemi ADS-B e TIS-B e i sistemi di multilaterazione. In questo contesto viene fornita una breve descrizione non esaustiva né tecnica, per maggiori informazioni si rimanda a testi specializzati tra cui [1], [2], [3], [4], [5], [6].

1.1. Radar secondario di sorveglianza

I sistemi SSR (Secondary Surveillance Radar) nascono dall'evoluzione di sistemi IFF (Identify Friend or Foe) militari introdotti durante la II Guerra mondiale. Tali sistemi venivano utilizzati per rilevare la natura amica o nemica degli aerei presenti nel volume di sorveglianza. Il trasferimento della tecnologia IFF in ambito civile ha segnato la nascita dei sistemi SSR. Un radar secondario fornisce all'utilizzatore, tipicamente l'operatore ATC (Air Traffic Control), la posizione (in 3D) e l'identità degli aeromobili presenti nel proprio volume di sorveglianza. Il sistema è formato dalla stazione di terra e dalla parte avionica che equipaggia gli aeromobili. Il sistema a terra è composto dall'antenna ruotante, generalmente installata in posizione sopraelevata rispetto al piano di riferimento dell'area, e dai sistemi hardware per le interrogazioni e il processamento delle repliche. La parte avionica è costituita dalle antenne installate sulla parte superiore e inferiore della fusoliera, e dal trasponder. La stazione di terra trasmette dei messaggi agli aeromobili, detti "interrogazioni", tramite le interrogazioni il sistema può richiedere la quota o l'identità dell'aeromobile. Gli aeromobili raggiunti da una interrogazione rispondono a loro volta con dei messaggi detti "repliche" contenenti i dati relativi alla richiesta, il trasponder è il dispositivo deputato alla ricezione delle interrogazioni ed alla trasmissione delle repliche, quindi, la sorveglianza tramite SSR presuppone che gli aeromobili siano equipaggiati con i trasponder. Attualmente coesistono due tipologie di funzionamento: modalità conventional A/C e modalità selettiva E/S. Le stazioni di terra ed i trasponder operanti in modalità selettiva possono operare anche in modalità convenzionale. I trasponder usati nella modalità selettiva oltre a trasmettere i messaggi di risposta

alle interrogazioni delle stazioni radar, trasmettono dei messaggi spontaneamente, in questo caso detti “squitter”, che sono alla base del funzionamento dei sistemi ADS-B. In modalità convenzionale, la stazione radar interroga gli aeromobili in visibilità richiedendo la loro quota ed il loro codice identificativo. In questa modalità il codice identificativo non è univoco, ma è l’operatore ATC ad assegnarlo a ciascun aeromobile entrato in visibilità, inoltre qualsiasi aeromobile può rispondere alle interrogazioni. Nella modalità selettiva, al contrario, il solo aeromobile interessato risponde all’interrogazione, in quanto le stazioni radar includono in quest’ultima l’identificativo dell’aeromobile destinatario, inoltre la sola stazione radar interessata processa la risposta in quanto quest’ultima contiene il codice della stazione a cui è destinata.. In questo modo si ottiene una diminuzione di interferenze tra aeromobili vicini. Tra le due modalità di funzionamento vi è anche differenza nel formato dei messaggi, l’unica caratteristica in comune sono le portanti a radiofrequenza utilizzate per i canali di trasmissione e ricezione (upload 1030 MHz e download 1090 MHz). Nel capitolo 2 verranno chiarite le differenze dei formati dei messaggi, tra la modalità convenzionale e quella selettiva.

1.2.ADS-B e TIS-B

L'ADS-B è una tecnica di sorveglianza basata sulla trasmissione da parte dell'aeromobile di alcune informazioni di volo quali posizione, quota, velocità e progresso volo. I dati trasmessi, rilevabili anche dai sistemi avionici di altri aerei presenti nello scenario, vengono ricevuti ed elaborati a terra dai sistemi di sorveglianza (stazioni ADS-B). L’acronimo, (ADS-B Automatic Dependent Surveillance – Broadcast), indica che tale tecnologia è automatica e dipendente. Per automatica si intende il fatto che il servizio di sorveglianza funziona in modo automatico, senza l’intervento dei piloti o degli operatori. Il concetto di dipendente indica che le informazioni inviate dagli aeromobili “dipendono” da altri sistemi che le forniscono. Generalmente vengono fornite dal sistema di navigazione satellitare installato a bordo dei velivoli. Il termine broadcast indica che i messaggi vengono trasmessi dagli aeromobili (ADS-B OUT) a qualsiasi stazione ADS-B di terra in grado di riceverli. Attualmente gli aeromobili possono trasmettere i messaggi ADS-B in diversi modi: messaggi VHF (VDL mode 2 o 4), 1090 ES. La modalità di interesse nel contesto di questa tesi è quella del 1090 ES, (Extended Squitter a 1090 MHz), per trasmettere i messaggi ADS-B con questa modalità, gli aeromobili devono necessariamente essere equipaggiati con un transponder di Modo S. Le principali agenzie internazionali riconoscono l’ADS-B come tecnologia a supporto dei

servizi di sorveglianza in grado di garantire i livelli di prestazione richiesti dai sistemi ATM di futura generazione.

La tecnologia TIS-B si basa sulla trasmissione broadcast, da parte di stazioni di terra, di messaggi con informazioni relative ad aeromobili non equipaggiati con sistema ADS-B. In particolare i messaggi sono destinati agli aeromobili provvisti di ADS-B IN e quindi di un ricevitore a 1090 MHz, che in questo modo possono integrare le informazioni sul traffico ADS-B circostante, con le informazioni di traffico composto da velivoli non equipaggiati con ADS-B, e che quindi non possono trasmettere direttamente i propri messaggi. Il sistema ricava le informazioni da trasmettere da tutti i sistemi di sorveglianza disponibili (radar primario, radar secondario, radar di terra), e una volta effettuata la fusione dei dati trasmette le informazioni utilizzando i formati VDL (VHF Data Link) o ES 1090. In questa ottica il sistema TIS-B si pone come gap-filler nei confronti del sistema ADS-B. Entrambe le tecnologie concorrono all'aumento della densità di traffico sul canale a 1090 MHz, la ricezione dei relativi messaggi diviene critica in aree a grande densità di traffico (grandi aeroporti) a causa dell'utilizzo di ricevitori monocanali con antenne omni-direzionali. I messaggi ADS-OUT possono essere utilizzati anche dai sistemi TCAS [2] (Traffic Collision Avoidance System) per ridurre il numero di segnali trasmessi. Infatti i sistemi TCAS, obbligatori su aeromobili civili con un numero di passeggeri maggiori a 19 (o una massa superiore a kg 5700), utilizzano interrogazioni a 1030 MHz e risposte a 1090 MHz, scambiate tra aeromobili in volo, utilizzando i formati di modo C e modo S.

1.3.Sistemi di multilaterazione

La tecnica di multilaterazione permette la localizzazione di un oggetto tramite la rilevazione delle differenze tra i tempi di arrivo (T-DOA Time Difference Of Arrival) di un segnale, emesso dall'oggetto, a tre o più sensori. In ambito civile e militare questa tecnica può essere implementata per la sorveglianza e localizzazione 3D di aeromobili. Se un aeromobile trasmette un segnale, due ricevitori distinti ricevono il medesimo segnale con un certo T-DOA, conoscendo le posizioni dei due ricevitori è possibile definire l'iperboloide che contiene tutte le possibili posizioni dell'emittitore che darebbero luogo al T-DOA rilevato. Utilizzando un terzo ricevitore e valutando il T-DOA del segnale emesso tra uno dei primi due ricevitori ed il terzo, è possibile definire un secondo iperboloide, e così via aumentando il numero dei ricevitori. Dalla intersezione degli iperboloidi è possibile stimare la posizione dell'emittitore. L'accuratezza della localizzazione dipende da diversi fattori, tra cui la geometria dei sensori, la posizione dell'aeromobile e la tecnica

di calcolo utilizzata. In ambito ATC un sistema di multilaterazione si basa sulla dislocazione entro una certa area di un opportuno numero di sensori, atti alla ricezione dei segnali di Modo S a 1090 MHz emessi dal transponder degli aeromobili. Se entro l'area di sorveglianza sono presenti anche veicoli equipaggiati con transponder di Modo S è possibile estendere la sorveglianza anche a questi ultimi. Un tale sistema permette oltre la localizzazione anche l'identificazione, in quanto vengono ricevuti e decodificati gli squitter di Modo S che contengono l'identificativo del mezzo che li ha inviati. Un sistema di multilaterazione è definito passivo in quanto usa gli squitter emessi spontaneamente da parte degli aeromobili o dei veicoli sotto sorveglianza, tuttavia può diventare attivo mediante l'uso di un sistema di interrogazione, indispensabile per rilevare ed acquisire i transponder di modo convenzionale. A differenza del sistema ADS-B, (che utilizza le informazioni provenienti dai sistemi GNSS Global Navigation Satellite System), prescinde dal funzionamento di altri sistemi. Un sistema di multilaterazione generalmente estende la sorveglianza ad una area centrata su di un aeroporto e che si estende per ca 20 NM, quando la sorveglianza si estende su aree geograficamente più vaste si parla di WAM (Wide Area Multilateration). Le principali compagnie produttrici e fornitrici di sistemi MLAT/WAM sono la ERA (Repubblica Ceca/USA), la Sensis (USA), la Thales (multinazionale francese), la Selex S.I. (italiana del gruppo Finmeccanica), la Roke Manor (UK), e la QinetiQ (UK e USA). Inoltre negli ultimi anni (>10) ci sono state diverse collaborazioni tra enti di ricerca e compagnie produttrici, per lo sviluppo dei sistemi di localizzazione basati sui segnali a 1090 MHz, per una rassegna si rimanda a [6].

2. I segnali a 1090 MHz nel contesto ATC

In questo capitolo vengono descritti i segnali usati in ambito del controllo del traffico aereo da i sistemi introdotti nel precedente capitolo. Come descritto nel precedente capitolo, i sistemi ATC presi in considerazione utilizzano segnali che possono essere distinti in due tipologie: segnali di up-link a 1030 MHz e segnali di down-link a 1090 MHz. Viene posta attenzione sui segnali del canale a 1090 MHz, sia di tipo convenzionale che di modo S. In particolare viene descritto il formato del segnale dal punto di vista della modalità con cui viene codificato il contenuto informativo, sono poi esposte le caratteristiche fisiche, tra cui le potenze impiegate, i tipi di modulazione. Sono inoltre mostrate le caratteristiche dei segnali del sistema DME (Distance Measuring Equipment), che non rientra tra quei sistemi citati nel capitolo 1, ma i cui segnali sono di interesse in quanto tra le frequenze ad essi riservate vi è quella a 1090 MHz. Per informazioni riguardo lo standard ed i formati dei segnali di up-link a 1030 MHz si rimanda a testi specializzati tra cui [1].

2.1. Il sistema di acquisizione dei segnali a 1090 MHz della Delft University of Technology

Le descrizioni dei segnali mostrate nel seguito sono accompagnate da figure che mostrano esempi di segnali reali. Tali segnali sono stati registrati con un sistema di acquisizione sviluppato dal Prof. N. Petrochilos nell'ambito del lavoro svolto presso la Delft University of Technology [7], i segnali fanno parte del database sviluppato nell'ambito del lavoro di tesi svolto da Luca Menè presso la medesima università [8]. Lo stesso database è stato utilizzato nell'ambito del lavoro di questa tesi, per valutare, nei capitoli 7, 8, 9 e 10, le prestazioni degli algoritmi proposti. Il sistema di acquisizione è composto da una antenna array di 6 elementi posizionati ad una distanza di $\lambda/2$ su un piano di massa. I due elementi più esterni sono connessi a dei carichi a 50 Ohm, invece i quattro elementi centrali sono connessi ad altrettante catene di ricezione indipendenti. Ciascuna catena ricevente trasla il segnale alla frequenza intermedia di 10 MHz. La sezione digitale del sistema, campiona direttamente il segnale IF con una frequenza di campionamento a 50 MS/s ed una profondità di 8 bit.

2.2. Segnali di modo convenzionale

I segnali di modo convenzionali sono emessi dai transponder avionici convenzionali in risposta alle interrogazioni di un radar secondario di sorveglianza. L'utilizzo in ambito civile ai fini della sorveglianza prevede l'uso di due modi: modo A e modo C, con i quali il radar richiede all'aeromobile rispettivamente l'identità o la quota. Quando un transponder convenzionale riceve una interrogazione, è in grado di decodificare il tipo di modo da inviare come risposta. Il segnale con il quale veicola le informazioni ha le stesse caratteristiche fisiche sia nel caso di un modo A che di un modo C, per questo motivo nel proseguo della tesi tali segnali saranno denominati convenzionali o di modo A/C. Il transponder convenzionale nella fase di preparazione della replica da inviare, deve codificare l'informazione richiesta, sia che si tratti di una richiesta di identità che di quota, questa consiste in un codice numerico che la stazione di terra interpreta utilizzando delle opportune tabelle. Il segnale convenzionale di modo A/C è formato da due impulsi, sempre presenti, posizionati ad una distanza fissa di $20,3 \mu s$ detti parentesi (*brackets*), all'interno delle *brackets* vengono posizionati i restanti 13 impulsi, distanziati ad incrementi di $1,45 \mu s$. La posizione relativa tra gli impulsi è fissa e la presenza o meno degli impulsi permette tramite la loro permutazione la codifica del codice numerico. La modalità di codifica esula dal campo di interesse di questa tesi, e per tale informazioni si rimanda a [3]. La Figura 2.1 mostra il formato del segnale replica di modo convenzionale.

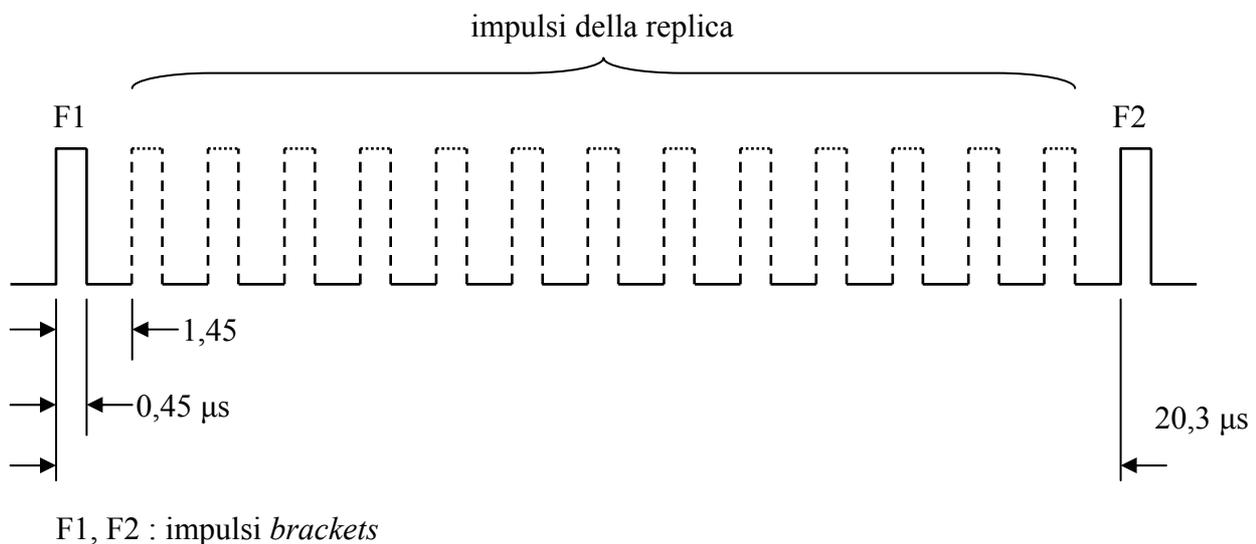


Figura 2.1 Formato del segnale della replica di modo convenzionale

Gli impulsi del segnale replica di modo convenzionale hanno una durata nominale di $0,45 \mu s$ con una tolleranza di $0,1 \mu s$, un fronte di salita di durata compresa tra $0,05$ e $0,1 \mu s$ ed un fronte di discesa di durata compresa tra $0,05$ e $0,2 \mu s$. La posizione di ogni impulso ha una tolleranza di $0,1 \mu s$ rispetto al primo (*bracket*), e una tolleranza di $0,15 \mu s$ rispetto ai restanti. La variazione di ampiezza tra gli impulsi non deve eccedere 1 dB. La frequenza portante dei segnali trasmessi dai trasponder convenzionali è di 1090 MHz con una tolleranza di ± 1 MHz, con polarizzazione verticale. I trasponder convenzionali devono avere una potenza di trasmissione di picco all'antenna compresa tra 21 dBW e 27 dBW, i trasponder che operano a quote inferiori a FL 150 (o quote stabilite dalle autorità) possono avere una potenza inferiore, e comunque compresa tra $18,5$ dBW e 27 dBW. La Tabella 2.1 riassume le caratteristiche del segnale di modo convenzionale.

caratteristiche segnali a 1090 MHz convenzionali	
frequenza portante	1090 MHz \pm 1 MHz
polarizzazione	verticale
potenza trasponder all'antenna	21 - 27 dBW
distanza impulsi brackets	20,3 μs
durata impulsi	0,45 μs \pm 0,1 μs
fronte di salita	0,05 : 0,1 μs
fronte di discesa	0,05 : 0,2 μs
tolleranza sulla posizione degli impulsi	0,15 μs
massima variazione di ampiezza tra gli impulsi	2 dB

Tabella 2.1 Caratteristiche del segnale di modo convenzionale

La Figura 2.2 mostra l'involuppo di una replica di modo convenzionale registrata con il sistema di acquisizione [7], utilizzato nell'ambito del lavoro di tesi [8].

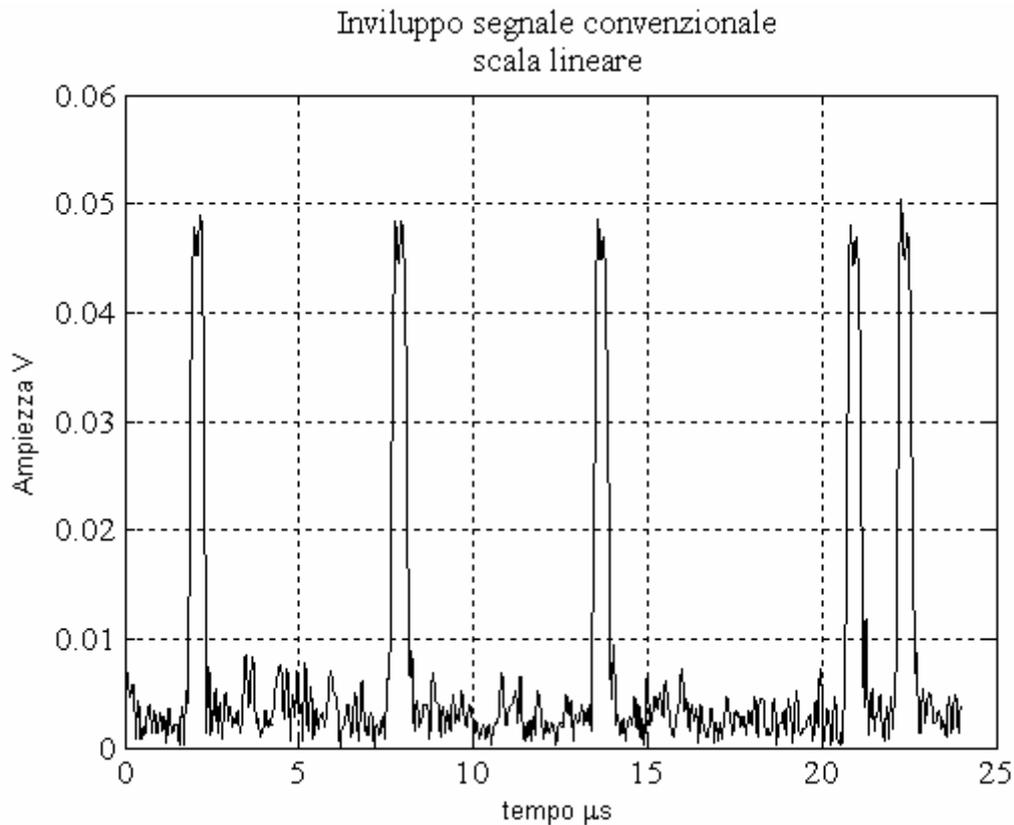


Figura 2.2: Inviluppo della replica convenzionale, segnale q10_X10

2.3. Segnali di modo S – repliche e squitter

I segnali di modo S sono trasmessi dal transponder di modo S, il quale è in grado anche di trasmettere segnali convenzionali. Il transponder di modo S può trasmettere segnali in risposta alle interrogazioni del radar secondario di sorveglianza, in questo caso si parla di repliche, oppure può trasmettere segnali in modo spontaneo, in questo caso si parla di squitter. Le differenze tra le repliche e gli squitter consistono nel contenuto informativo che essi trasportano. Una replica contiene l'identificativo dell'aeromobile e l'identificativo della stazione radar che ha effettuato l'interrogazione e a cui è indirizzata la replica, oltre ad altre informazioni (quota etc.). Uno *squitter* contiene l'identificativo del mezzo che lo ha trasmesso ed altre informazioni sulla propria posizione. Per approfondimenti sui contenuti informativi e sui protocolli si rimanda a [3]. Le repliche e gli squitter hanno lo stesso formato, quindi dal punto di vista di detezione e decodifica non saranno fatte distinzioni, e saranno definiti semplicemente segnali di modo S, distinguendo tra segnali di modo S corti e lunghi, come chiarito in seguito. Il segnale di modo S è trasmesso su di una portante a 1090 MHz, con una tolleranza di ± 1 MHz, modulata in ampiezza. Il formato prevede

un preambolo di $8 \mu s$ contenente quattro impulsi di $0,5 \mu s$ opportunamente distanziati come mostrato in Figura 2.3.

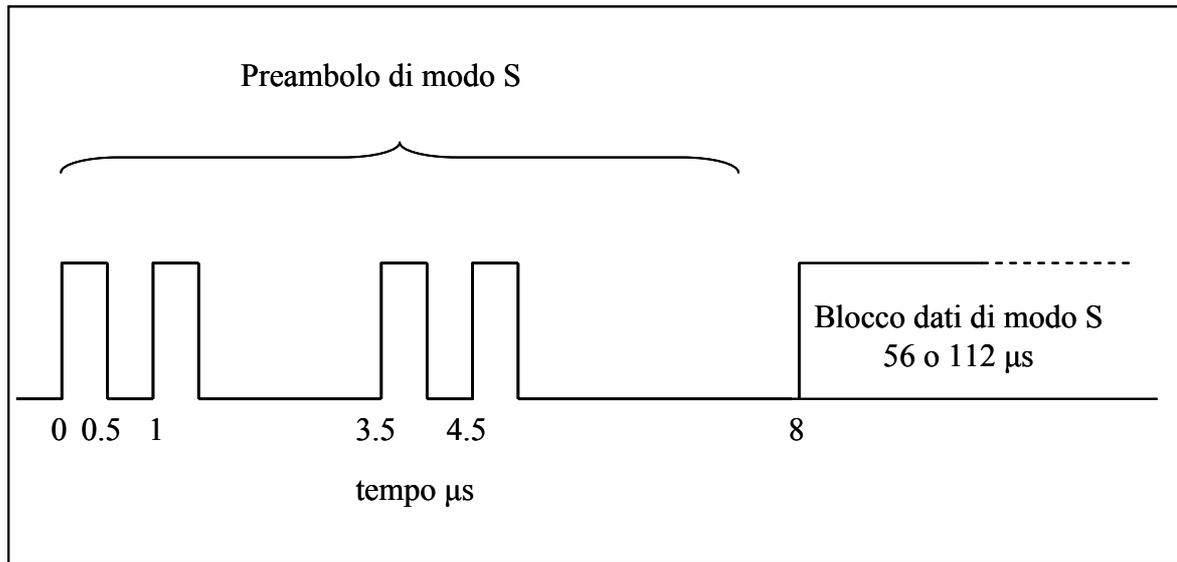


Figura 2.3: Preambolo dei segnali di modo S

Il preambolo è seguito dal blocco dati, che può essere lungo $56 \mu s$ o $112 \mu s$. Nel primo caso il contenuto informativo è di 56 bit e il segnale si definisce corto, nel secondo caso l'informazione è costituita da 112 bit e il segnale viene definito lungo. L'informazione dei messaggi di modo S è di tipo binario, e la sequenza di 0 e 1 viene modulata nel blocco dati secondo lo schema PPM (pulse position modulation). Il blocco dati è suddiviso in intervalli della durata di $1 \mu s$ ai quali sono associati i bit del contenuto informativo, l'intervallo è suddiviso in due chip di $0,5 \mu s$, e secondo lo schema PPM il valore logico 1 viene codificato trasmettendo segnale solo nel primo chip, ed in alternativa il valore logico 0 è codificato trasmettendo segnale solo nel secondo chip, come mostrato nella Figura 2.4.

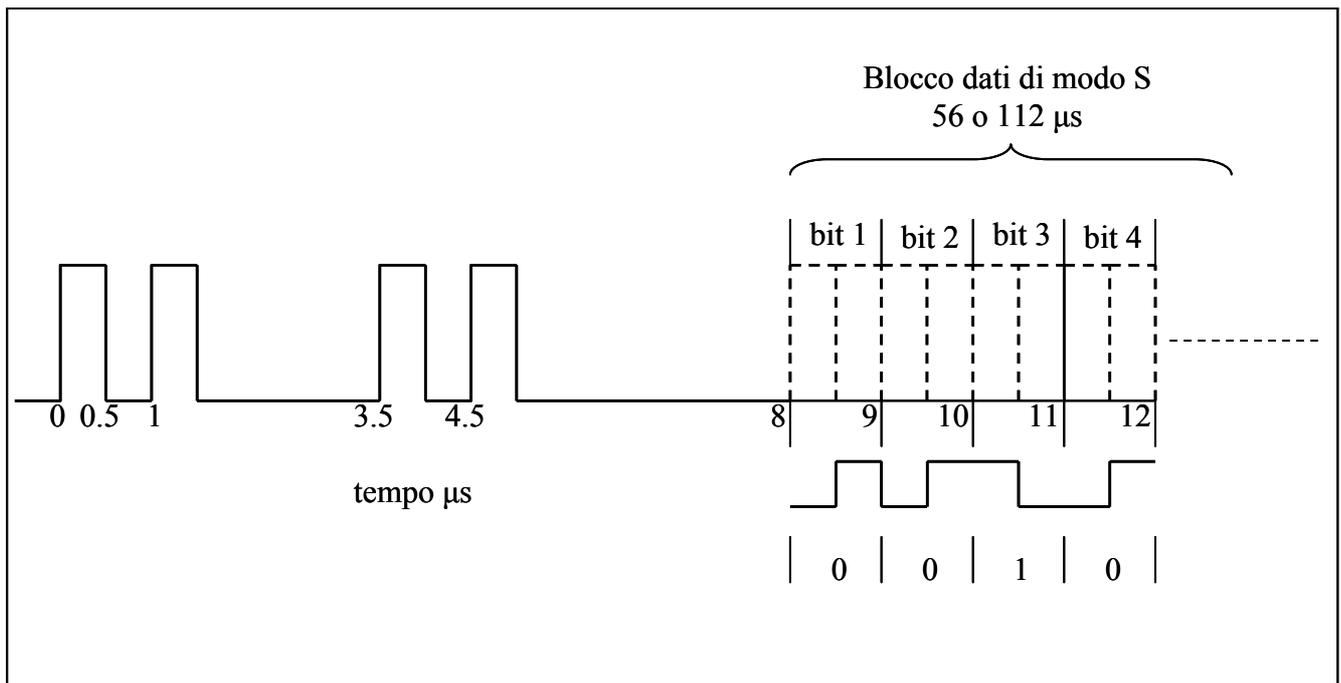


Figura 2.4: Formato e codifica PPM del segnale downlink di modo S

Secondo la codifica PPM nel blocco dati possono esservi impulsi di $0,5 \mu s$ e di $1 \mu s$ (nel caso di codifica di 0 seguito da 1), per entrambi gli impulsi è prevista una tolleranza di $\pm 0,05 \mu s$ sulla durata, la durata del fronte di salita deve essere compresa tra $0,05 \mu s$ e $0,1 \mu s$, e la durata del fronte di discesa deve essere compresa tra $0,05 \mu s$ e $0,2 \mu s$, infine la tolleranza sulla posizione reciproca degli impulsi è di $\pm 0,05 \mu s$. L'ampiezza relativa degli impulsi non può variare più di 2 dB. Il transponder di modo S deve trasmettere segnali con una polarizzazione nominale verticale, ed con una potenza di picco all'antenna compresa tra 21 dBW e 27 dBW. I transponder installati su aeromobili che non superano quota FL 150 o la velocità di 175 kt devono trasmettere segnali con una potenza compresa tra 18,5 dBW e 27 dBW, i transponder veicolari hanno una potenza tipicamente compresa tra 10 dBW e 13 dBW. La Figura 2.5 mostra l'involuppo di un segnale di modo S acquisito con il sistema già menzionato, nell'ambito del lavoro di tesi [8].

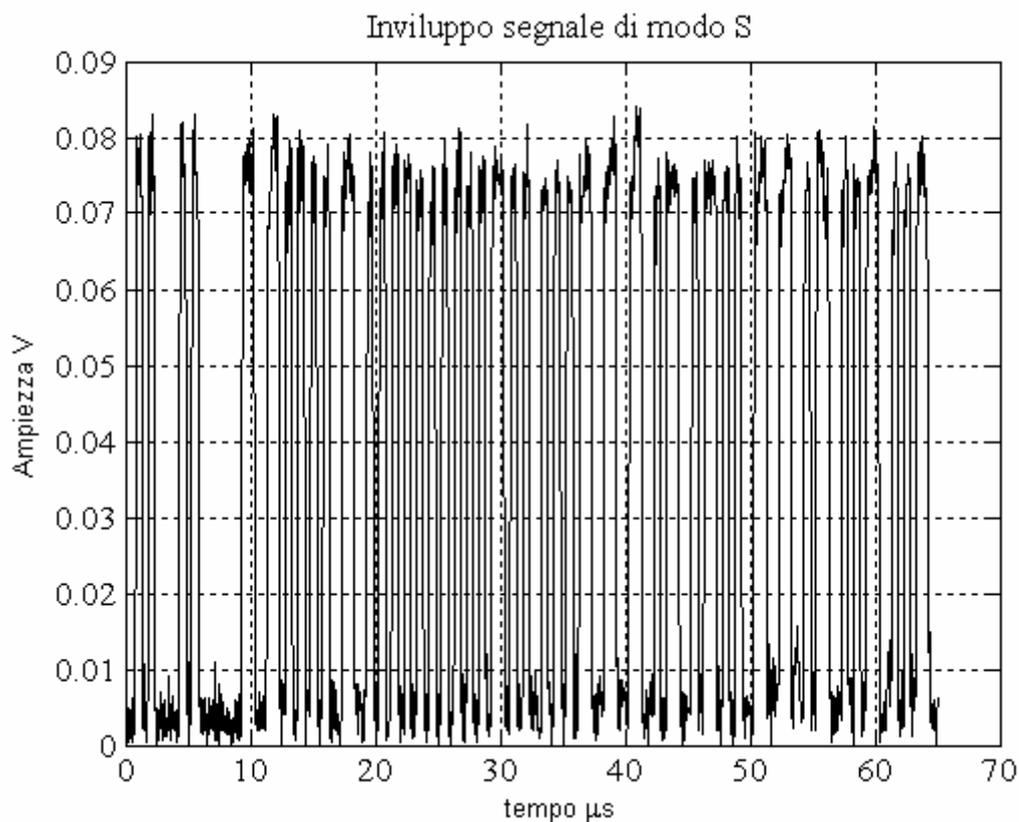


Figura 2.5: Involuppo del segnale di modo S – segnale s21

Lo spettro dei segnali convenzionali e di modo S deve rispettare la maschera ICAO, per la quale si rimanda a [3], che impone una banda passante a 3 dB di ± 7 MHz.

2.4. Segnali DME

Il DME (Distance Measuring Equipment) [4] è un sistema di navigazione che permette ad un aeromobile di rivelare la propria distanza rispetto a dei punti fissi a terra dove sono posizionate le stazioni DME. L'aeromobile è equipaggiato con un interrogatore con il quale trasmette il segnale di interrogazione, la stazione di terra riceve l'interrogazione risponde, dopo un tempo prefissato di $50 \mu\text{s}$, con un segnale ad una frequenza traslata di 63 MHz rispetto a quella dell'interrogazione. Il sistema avionico in base ai tempi di interrogazione e ricezione della risposta, calcola tenendo conto del tempo di propagazione la distanza tra l'aeromobile e la stazione DME. La banda a disposizione dei segnali DME va da 960 MHz a 1215 MHz, divisa in 126 canali per le interrogazioni e 126 canali per le risposte. I canali sono ampi 1 MHz ed i segnali di ciascuna canale occupano 100 KHz. Il segnale trasmesso dall'interrogatore avionico e dalla stazione di terra consiste in una coppia di impulsi di forma gaussiana distanti $12 \mu\text{s}$. Le potenze di picco di trasmissione sono nel range di 17-

33 dBW per l'interrogatore avionico, e 30-43 dBW per la stazione di terra. La Figura 2.6 mostra un segnale di modo S seguito da una coppia di impulsi trasmessi da un aeromobile in interrogazione ad una stazione DME, il segnale è stato registrato nell'ambito del lavoro di tesi [8].

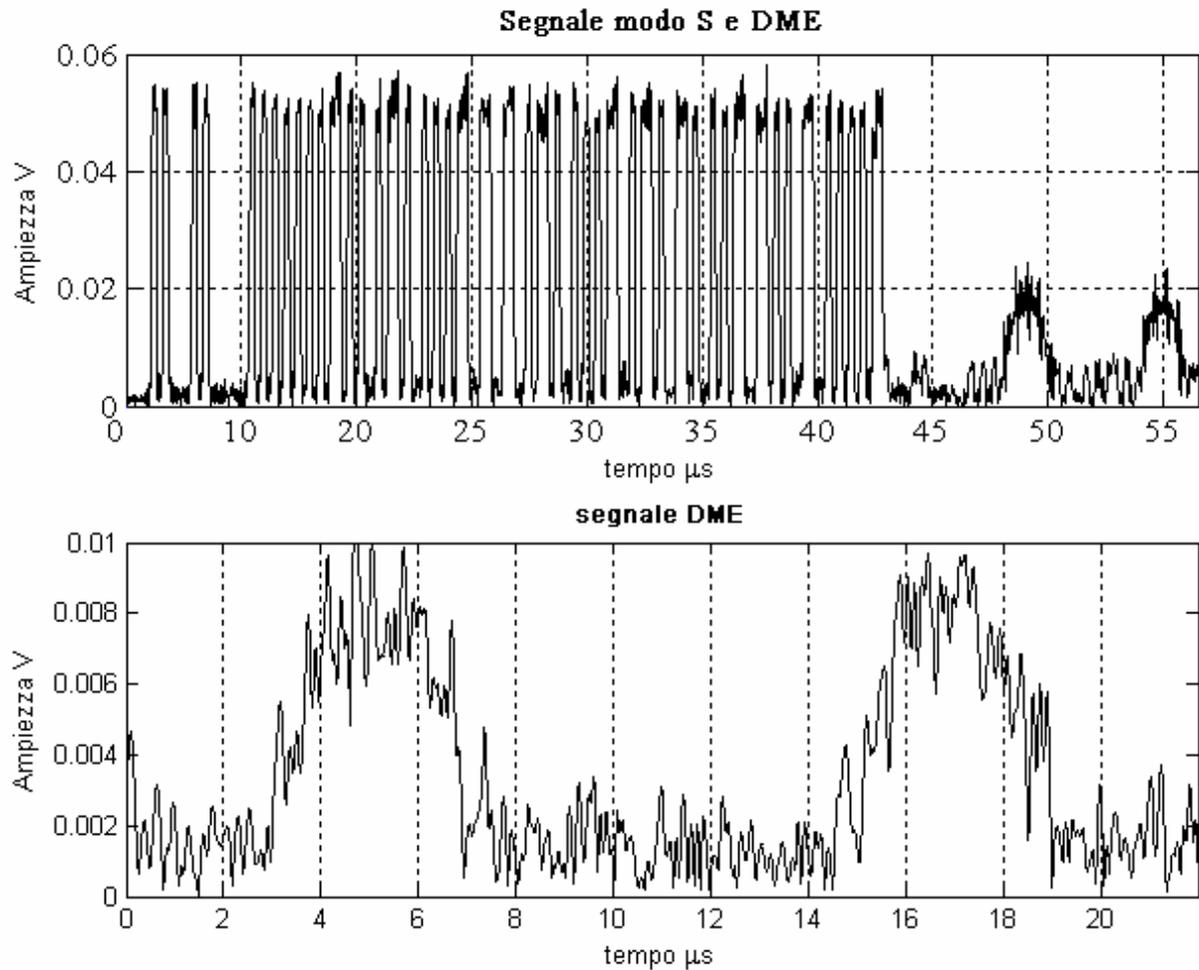


Figura 2.6: Segnale di Modo S seguito da una interrogazione DME – segnale q16_7

3. Il problema del garbling e del FRUIT e gli attuali ricevitori a 1090 MHz

In questo capitolo vengono analizzate le possibilità di interferenza per i segnali a 1090 MHz emessi dai trasponder avionici e veicolari. Vengono definiti, relativamente a ciascun sistema di sorveglianza, quali sono i segnali che rappresentano l'interferenza, e successivamente si introduce in che modo si manifesta l'interferenza. Da ultimo sono introdotte le attuali caratteristiche richieste ad un ricevitore e decodificatore di segnali a 1090 MHz, evidenziando le carenze in presenza di fenomeni di interferenza.

3.1. Garbling e FRUIT

Le stazioni di terra che ricevono i segnali trasmessi dai trasponder, siano esse stazioni SSR, ADS-B o sensori per la multilaterazione, possono ricevere oltre ai segnali di interesse, anche altri segnali presenti in banda e destinati ad altri sistemi. Poiché i segnali interferenti sono trasmessi su portante alla stessa frequenza nominale dei segnali desiderati, la loro sovrapposizione temporale dà luogo ad una somma coerente che può avere conseguenze costruttive o distruttive, a seconda della differenza di fase, sugli impulsi trasmessi. Il fenomeno descritto viene definito con il termine *garbling* indipendentemente dal grado di sovrapposizione (i.e. dal ritardo relativo tra i segnali). Il fenomeno del *garbling* è molto più frequente per quei ricevitori con antenne omni-direzionali (ADS-B, sensori MLAT) piuttosto che per stazioni SSR equipaggiate con antenne con un fascio molto stretto sul piano azimutale. Si introduce il fenomeno del FRUIT (False Replies Unsynchronized In Time) per un ricevitore SSR, che indica la ricezione di repliche, anche attraverso i lobi secondari, dovute ad altre stazioni SSR. Per stazioni ADS-B o MLAT con il termine FRUIT si intende la ricezione di tutte le repliche, sia convenzionali che di modo S, dovute a cause esterne al sistema stesso, per esempio a interrogazioni SSR o a sistemi MLAT/WAM limitrofi. La Figura 3.1 mostra un esempio di *garbling* parziale tra due segnali di modo S.

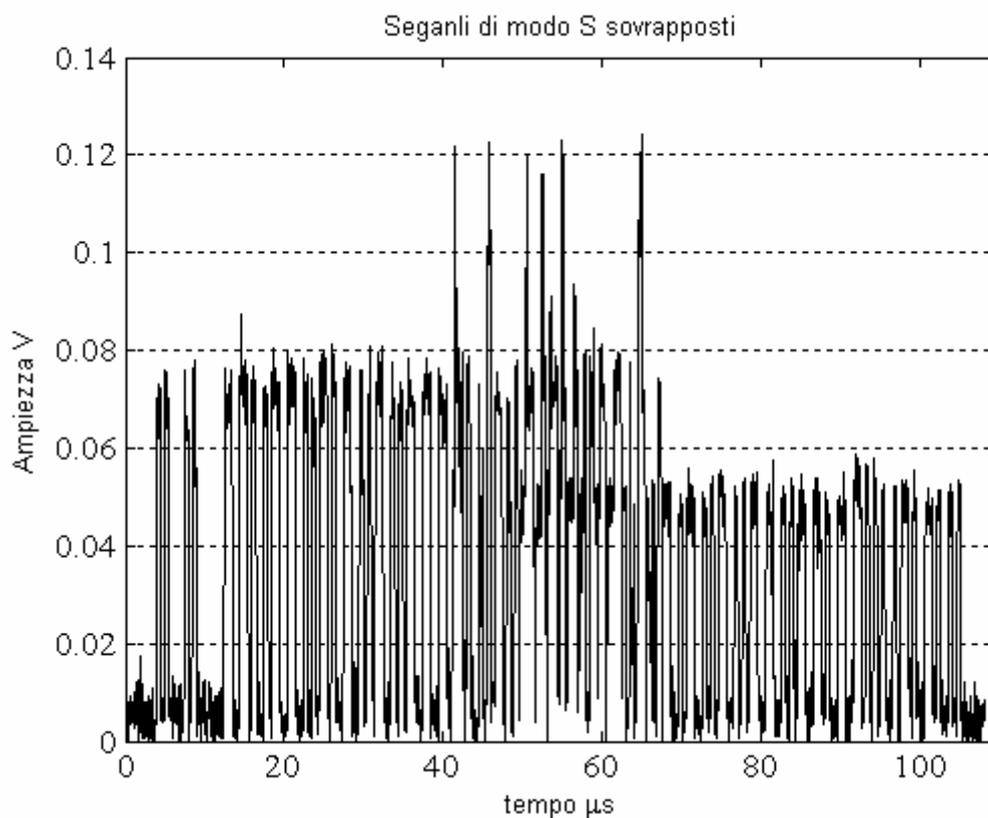


Figura 3.1: Garbling tra due segnali di modo S – segnale r(2)

3.2. Segnali interferenti

Tutte le tipologie di segnali fin qui menzionate, segnali convenzionali, di modo S, *squitter*, sono potenziali interferenti, ai quali vanno aggiunti i segnali del sistema DME ed eventualmente altri segnali non centrati a 1090 MHz ma comunque presenti nella banda del ricevitore preso in considerazione. Quindi specificando il sistema si possono esplicitare i segnali che concorrono a formare l'interferenza, di seguito saranno analizzati singolarmente tutti i possibili casi, prendendo in considerazione di volta in volta un sistema di sorveglianza diverso, e considerandolo immerso in un ambiente in cui sono presenti tutti gli altri sistemi di sorveglianza.

Interferenze per il SSR convenzionale

Il SSR convenzionale riceve e processa i segnali di modo convenzionale trasmessi dai transponder degli aeromobili interrogati, quindi per tale sistema i segnali interferenti sono: i segnali di modo S trasmessi dai transponder di modo S sia in risposta ad una interrogazione che emessi spontaneamente, i segnali del sistema DME centrati nella banda attorno a 1090 MHz, e gli stessi segnali di modo convenzionale trasmessi da transponder interrogati da altre stazioni radar (FRUIT). Il garbling con segnali di modo S genera solitamente un'interferenza distruttiva per il ricevitore

convenzionale. Infatti se la replica convenzionale è immersa nel blocco dati di un segnale di modo S di potenza comparabile o superiore, è quasi certa la perdita della replica convenzionale. Se la potenza della replica convenzionale è superiore a quella del segnale interferente, il ricevitore può adottare alcune contromisure, solitamente basate sul confronto del livello di potenza degli impulsi o la tecnica monopulse, in modo da eliminare i problemi derivanti dalle sovrapposizioni dei segnali. Le tecniche di confronto e controllo della potenza degli impulsi e monopulse possono essere di aiuto anche in caso di garbling con segnali DME di potenza non elevata. Il caso di garbling tra segnali convenzionali può portare a conseguenze diverse, dovute anche al grado di sovrapposizione. Se le repliche convenzionali, quella desiderata e quella interferente, sono parzialmente sovrapposte, gli impulsi della replica interferente potrebbero trovarsi in corrispondenza della posizione di impulsi della replica desiderata che non erano presenti, e generare così degli errori in fase di decodifica. Oppure se le repliche sono adiacenti o poco distanti nel tempo, un impulso della prima replica e uno della seconda potrebbero trovarsi nelle canoniche posizioni delle *brackets* (a $20,3 \mu\text{s}$ di distanza) e il ricevitore potrebbe rilevare una falsa replica e dichiarare un nuovo plot, ovviamente erroneo. Per affrontare quest'ultimo problema sono stati sviluppati diversi metodi, denominati *de-phantoming*, il cui funzionamento esula dagli interessi della presente tesi [9], [10].

Interferenze per il SSR di modo S

Le interferenze per un radar di modo S sono rappresentate dai segnali di modo convenzionale trasmessi dai transponder in risposta alle interrogazioni convenzionali, i segnali di modo S emessi spontaneamente dai transponder avionici e veicolari, il FRUIT di modo S, ed i segnali DME. Il garbling con altri segnali di modo S è generalmente distruttivo, ciò a causa dell'alta densità di segnale presente nel blocco dati. Se l'interferente possiede una potenza uguale o maggiore rispetto al segnale desiderato, il ricevitore sarà inevitabilmente portato ad effettuare una decodifica affetta da errori. Qualora la potenza dell'interferente sia minore di quella del segnale desiderato, si può porre rimedio al garbling tramite l'uso di opportune tecniche di controllo dell'ampiezza degli impulsi che generalmente ottengono buoni risultati. La sovrapposizione con segnali convenzionali (in numero limitato) e DME solitamente non ha conseguenze negative, anche quando le potenze sono comparabili o a favore degli interferenti, infatti il supporto temporale della sovrapposizione è limitato e gli errori introdotti possono essere corretti in fase di decodifica. Come visto la situazione più critica si ha quando sono sovrapposti due segnali di modo S con un basso ritardo relativo, situazione che si può creare quando un aereo risponde ad una interrogazione, ed un altro che si trova nel fascio di interrogazione emette un messaggio spontaneo. La conformazione del fascio dell'antenna dell'interrogatore SSR, essendo molto direttiva sul piano azimutale, è tale da non

rendere critico il problema del garbling, anche nel caso del SSR convenzionale. Con l'introduzione del modo S tale problema può in pratica definirsi eliminato, tuttavia è molto restrittivo per quei sistemi (ADS-B, MLAT, WAM) utilizzando antenne omnidirezionali. Infine per i sistemi SSR si possono menzionare tra i segnali interferenti anche i segnali di interrogazione a 1030 MHz, ma in questo caso le catene riceventi sono opportunamente progettate (filtri di preselezione e notch) in modo da attenuare a livelli accettabili tali interferenze.

Interferenze per il sistema ADS-B e i sistemi di multilaterazione

I sistemi ADS-B e i sistemi di multilaterazione, sia quelli di tipo locale che in configurazione WAM, utilizzano delle stazioni di terra riceventi dotate di antenne omnidirezionali o al più settorizzate. Per tali sistemi il fenomeno delle interferenze è sicuramente più nocivo che per i sistemi radar. I segnali che possono interferire con quelli desiderati sono le repliche convenzionali e di modo S indirizzate ai radar, i segnali DME ed eventualmente i segnali a 1030 MHz trasmessi da stazioni radar vicine. Ovviamente la continua crescita del traffico aereo, anche se in vista della dismissione di stazioni radar convenzionali, sta rendendo il problema delle sovrapposizioni di segnali sempre più un fenomeno da contrastare, soprattutto per quelle installazioni in prossimità di zone aeroportuali, senza tenere conto del traffico militare, che quando presente aumenta la densità di repliche convenzionali in modo considerevole. Poiché per le stazioni ADS-B e MLAT i segnali di interesse sono gli squitter, che hanno il medesimo formato delle repliche di modo S, le conseguenze del garbling sono le stesse già esposte per il radar di modo S.

3.3. Ricevitori a 1090 MHz

In questo paragrafo saranno esposte le attuali tecniche di detezione e decodifica utilizzate per ricevitori di segnali di modo S [5], escludendo la tecnica monopulse e la relativa tecnologia per realizzarla. Rimane esclusa dalla trattazione l'esposizione delle innumerevoli tecniche proposte per la ricezione e decodifica di segnali convenzionali, sviluppatasi nel tempo e spesso indirizzate ad eliminare i problemi di sovrapposizione tra i soli segnali convenzionali. Un tipico ricevitore di segnali di modo S è formato dal sistema di antenna, dalla sezione analogica, dalla sezione digitale e dalla sezione di detezione e decodifica, è possibile limitatamente a questo contesto generalizzare e racchiudere in questo schema qualsiasi ricevitore prescindendo dal sistema in cui opera, sia esso un radar, ADS-B o MLAT. L'antenna riceve il segnale e lo invia alla catena ricevente analogica. Generalmente la catena analogica tratta il segnale per trasformarlo nelle condizioni di utilizzo

adatte, portandolo dalla radiofrequenza ad una intermedia ed in banda base, filtrandolo e amplificandolo. Una volta in banda base il segnale può essere campionato nella sezione digitale alle opportune frequenze di campionamento. Il segnale digitale è a questo punto posto in ingresso alla sezione che si occupa della detezione e del relativo processo di decodifica, fornendo quindi l'informazione al proseguo del sistema. La detezione prevede una analisi tempo continua del segnale al fine di rilevare la presenza di un preambolo con le caratteristiche riportate nel par. 2.2. Una volta rilevata la presenza di un segnale di modo S la parte di segnale contenente il blocco dati viene posta in ingresso alla sezione di decodifica che estrae la sequenza binaria dell'informazione associata al segnale. Le procedure di seguito descritte sono contenute nella Appendice I "Extended squitter enhanced reception technique" del documento [5], concernente i sistemi ADS-B e TIS-B, ma possono essere considerate valide anche per gli altri sistemi basati su segnali di modo S, quali il T-CAS e ricevitori radar.

Detezione del preambolo

La procedura di detezione del preambolo [5] fornisce due output: i) l'istante temporale in cui inizia il segnale di modo S, ii) il livello di potenza del segnale rilevato. La procedura prevede il confronto del valore dei campioni di segnale con una soglia opportuna. I campioni sopra soglia e seguiti da almeno N campioni consecutivi sopra soglia, vengono dichiarati *valid pulse position*, il valore di N è tale che $N T_s = 0,3 \mu s$ (dove T_s è il periodo di campionamento). Tra i *valid pulse position* vengono individuati i campioni detti *leading edge*, i quali hanno una slope di un certo livello rispetto al campione precedente e una slope minore rispetto al campione successivo, in pratica un *leading edge* è il primo campione del fronte piatto dell'impulso. Vengono ricercati quattro campioni nelle posizioni canoniche del preambolo di modo S, con una tolleranza ammissibile di massimo un campione. Viene dichiarato un preambolo di modo S se, individuati quattro campioni nelle posizioni canoniche, essi sono tutti *valid pulse position* ed almeno due di essi sono *leading edge*. La posizione del primo campione del preambolo diviene il riferimento temporale di inizio segnale. Durante la detezione del preambolo, viene calcolato il livello di potenza di riferimento: si prendono in considerazione i 4 campioni selezionati e i relativi successivi N . Ad ogni campione di questo insieme, si associa il numero dei restanti campioni che hanno un livello di potenza in un intorno di 2 dB del medesimo. Se il massimo tra i valori associati ad ogni campione è unico, il relativo campione viene scelto come il livello di riferimento per la potenza. Se tra i valori associati ai campioni esistono due o più massimi uguali, vengono scartati tutti i campioni ai quali è associato un valore inferiore. Tra i rimanenti si individua il livello di potenza minimo e vengono scartati i campioni con un livello di potenza di 2 dB sopra questo valore minimo. La potenza media dei rimanenti diviene il livello di riferimento della potenza. Il preambolo rilevato viene in seguito

validato attraverso tre test sui livelli di potenza degli impulsi, in cui si utilizza il livello di riferimento per la potenza. Il primo test verifica la presenza di un eventuale secondo preambolo di modo S, distanziato di 1, 3.5 o 4.5 μs rispetto al primo. Infatti un segnale interferente con uno di questi valori di ritardo, non inficerebbe la rilevazione del primo preambolo, tuttavia se la sua potenza è maggiore rispetto al primo non permetterà una corretta decodifica del blocco dati. In Figura 3.2 è mostrato l'esempio di due preamboli sovrapposti con un ritardo di 1 μs .

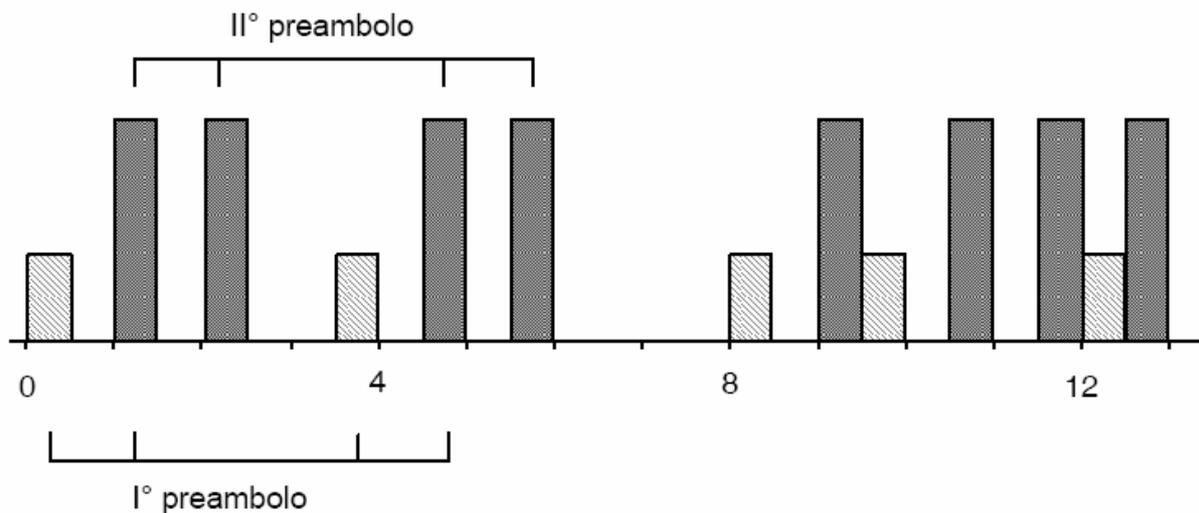


Figura 3.2: Preamboli sovrapposti con ritardo relativo di 1 μs

Il test è composto da tre confronti che devono dare tutti esito positivo:

- *1 microsecond test*: rilevato un preambolo alla posizione nominale $t = 0$ si misura il livello di potenza nelle posizioni $t_c = 1.0, 2.0, 4.5$ e 5.5 , il valore minimo è confrontato con il massimo tra i livelli di potenza nelle posizioni $t = 0$ e 3.5 , se quest'ultimo è inferiori di 3 dB o più, il preambolo viene scartato.
- *3.5 microsecond test*: simile al precedente, rilevato un preambolo alla posizione nominale $t = 0$ si misura il livello di potenza nelle posizioni $t_c = 3.5, 4.5, 7.0$ e 8.0 , il valore minimo è confrontato con il massimo tra i livelli di potenza nelle posizioni $t = 0$ e 1.0 , se quest'ultimo è inferiori di 3 dB o più, il preambolo viene scartato.
- *4.5 microsecond test*: simile ai precedenti, rilevato un preambolo alla posizione nominale $t = 0$ si misura il livello di potenza nelle posizioni $t_c = 4.5, 5.5, 8.0$ e 9.0 , il valore minimo è confrontato con il massimo tra i livelli di potenza nelle posizioni $t = 0, 1.0$ e 3.5 , se quest'ultimo è inferiori di 3 dB o più, il preambolo viene scartato.

Il secondo test verifica che almeno due dei quattro impulsi del preambolo rilevato, abbiano un livello di potenza compreso nell'intorno a ± 3 dB del livello di riferimento (definito prima), altrimenti il preambolo viene scartato.

Il terzo test avviene sui primi cinque bit del blocco dati. Ogni bit, come esposto nel par. 2.2, a causa della modulazione PPM, può essere suddiviso in due *chips*, dei quali solo uno contiene l'impulso di $0.5 \mu s$. Il test consiste nel valutare la presenza degli impulsi nei dieci *chips* in cui sono suddivisi i primi cinque bit del blocco dati. Se tutti i bit contengono almeno un chip con un impulso, la cui potenza è 6 dB al di sotto del livello di riferimento (definito prima) o maggiore, il preambolo viene validato, altrimenti significa che al preambolo rilevato non segue un blocco dati integro e viene quindi scartato. Il processo di rivelazione del preambolo continua anche se è stato rivelato e validato un preambolo, infatti se venisse rivelato e validato un preambolo, sovrapposto al primo, avviene un confronto di potenza tra gli impulsi dei due preamboli ed i primi 5 bit dei rispettivi: se il secondo preambolo presenta livelli superiori di 3 dB, il primo viene scartato e si procede alla decodifica considerando solo il secondo preambolo.

Una volta che viene rivelato e validato un preambolo può avere inizio il processo di decodifica. Come detto la procedura di rivelazione del preambolo produce due output, il riferimento temporale del segnale e il livello di potenza di riferimento. Tutti i campioni con un livello di potenza inferiore di 6 dB rispetto al livello di riferimento non vengono visti dal decodificatore, cioè il loro livello viene posto a zero. Utilizzando il riferimento temporale di inizio segnale il blocco dati viene suddiviso in bit, ogni bit è suddiviso in due *chips*. Il metodo di decodifica più semplice prevede il confronto tra le ampiezze dei centri dei due *chips*, quello con il valore maggiore determina il valore del bit: 1 se il maggiore è il primo, 0 se il maggiore è il secondo (modulazione PPM vedere par. 2.2). Ad ogni bit, oltre al valore di decodifica, viene associato la confidenza: il bit è ad alta confidenza se uno solo dei *chips* è sopra soglia, ovvero il bit è a bassa confidenza se entrambe i *chips* sono sopra soglia. Il valore della soglia è specifico per il tipo di ricevitore utilizzato, e viene determinato in base al livello di rumore. La bassa confidenza indica la presenza di segnale interferente. Tale tecnica può portare ad una decodifica affetta da errori, la Figura 3.3 mostra un esempio in cui un bit affetto da interferenza nel secondo *chip* viene dichiarato a bassa confidenza, tuttavia viene decodificato in modo errato.

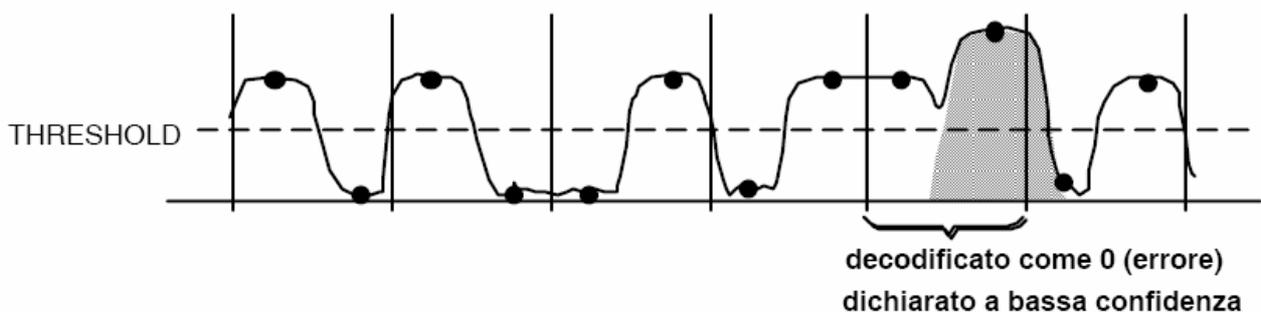


Figura 3.3: Decodifica e dichiarazione confidenza, esempio di decodifica errata

Dopo il processo di decodifica è prevista una procedura di detezione e correzione degli errori basata sul codice di parità contenuto negli ultimi 24 bit del blocco dati. La tecnica implementata può correggere al più 12 bit errati. Le procedure contenute nell'appendice I del documento [5] comprendono anche tecniche di decodifica avanzate che utilizzano più campioni dei *chips*, e al posto della soglia un intervallo a ± 3 dB rispetto al livello medio del preambolo. Inoltre propone tecniche avanzate di detezione e correzione degli errori denominate *Enhanced error detection and correction techniques*. Ai fini previsti della presente trattazione si ritiene sufficiente l'esposizione delle tecniche di detezione, decodifica e correzione fin qui esposte, si rimanda all'appendice I del documento [5] per approfondimenti su tecniche avanzate. In [11] sono presentate tecniche di rilevazione del preambolo e decodifica avanzate, basate sull'uso di filtri adattati ed algoritmi di super-risoluzione, che permettono un ulteriore aumento delle prestazioni. Lo scenario che si delinea dalle tecniche esposte ed in quelle avanzate include la possibilità di corretta ricezione e decodifica di segnali anche se affetti da interferenti, purché questi abbiano una potenza limitata. Tuttavia in questo modo andranno inevitabilmente persi i segnali interferenti, che come visto nel par. 3.2 possono includere anche segnali di interesse per il sistema ricevente, ad esempio una stazione ADS-B potrebbe ricevere due squitter sovrapposti da due aeromobili distinti entrambe sotto sorveglianza. Lo scopo degli studi presentati nel seguito è quello di implementare tecniche di signal processing per rivelare la presenza di segnali interferenti e separarli, in modo da inviare in ingresso al blocco ricevente segnali non affetti da interferenze e minimizzando la perdita di segnali di interesse.

Parte II Algoritmi di separazione dei segnali a 1090 MHz

4. Richiami di algebra lineare

Richiami di algebra lineare, in particolare sui concetti legati ai sottospazi, fattorizzazione QR, SVD (singular value decomposition) e EVD (eigenvalue decomposition), [12].

4.1. Definizioni

notazioni

La notazione usata prevede la lettera minuscola e in grassetto per il vettore colonna: ad esempio \mathbf{a} , le matrici vengono indicate con lettera maiuscola ed in grassetto: \mathbf{A} . La matrice \mathbf{A} è composta dagli elementi a_{ij} , e quindi dalle colonne \mathbf{a}_j : $\mathbf{A}=[a_{ij}]=[\mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2 \dots \mathbf{a}_N]$.

La matrice identità $N \times N$ è indicata da \mathbf{I}_N . La matrice coniugata è indicata con una barra sopra la lettera: $\bar{\mathbf{A}}$, la matrice trasposta con una T apice: $\mathbf{A}^T = [a_{ji}]$, la matrice hermitiana (coniugata e trasposta) con una H in apice: $\mathbf{A}^H := \bar{\mathbf{A}}^T$.

Il prodotto di Kronecker tra le matrici \mathbf{A} e \mathbf{B} è definito nel seguente modo:

$$\mathbf{A} \otimes \mathbf{B} = \begin{bmatrix} a_{11}\mathbf{B} & \cdots & a_{1N}\mathbf{B} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{M1}\mathbf{B} & \cdots & a_{MN}\mathbf{B} \end{bmatrix},$$

ed il prodotto di Schur-Hadamard nel seguente modo:

$$\mathbf{A} \odot \mathbf{B} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} & \cdots & a_{1N}b_{1N} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{M1}b_{M1} & \cdots & a_{MN}b_{MN} \end{bmatrix}.$$

Norma del vettore

Sia \mathbf{x} un vettore complesso appartenente allo spazio N -dimensionale complesso ($\mathbf{x} \in \mathbb{C}^N$), la norma di \mathbf{x} è definita nel seguente modo:

$$\|\mathbf{x}\| := \left(\sum_{i=1}^N |x_i|^2 \right)^{1/2} = \left(\sum_{i=1}^N x_i^H x_i \right)^{1/2}$$

Norma della matrice

Sia \mathbf{A} una matrice di dimensioni $M \times N$ complessa ($\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{M \times N}$), l'operatore norma (norma spettrale) applicato alla matrice \mathbf{A} è definito nel seguente modo:

$$\|\mathbf{A}\| := \max_{\mathbf{x}} \frac{\|\mathbf{A}^H \mathbf{x}\|}{\|\mathbf{x}\|}.$$

La norma di Frobenius della matrice \mathbf{A} rappresenta la radice della somma dei moduli quadri dei suoi elementi:

$$\|\mathbf{A}\|_F := \left(\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N |a_{ij}|^2 \right)^{1/2}$$

Sottospazio

Un sottospazio lineare è individuato dalla combinazione lineare di vettori $\{\mathbf{x}_i\}$ nel modo seguente:

$$H := \{ \alpha_1 \mathbf{x}_1 + \dots + \alpha_N \mathbf{x}_N \mid \alpha_i \in \mathbb{C}, \forall i = 1, \dots, N \}.$$

Esempi notevoli di sottospazi sono i seguenti:

data una matrice \mathbf{A} di dimensioni $m \times n$

- *span* delle colonne di \mathbf{A} : $\text{span}(\mathbf{A}) = \{ \mathbf{A}\mathbf{x} : \mathbf{x} \in \mathbb{C}^N \}$, composto dall'insieme delle matrici ottenute dalla combinazione lineare di \mathbf{A} per mezzo dei vettori \mathbf{x} ,
- nucleo (kernel) di \mathbf{A} : $\ker(\mathbf{A}) = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{C}^N : \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{0} \}$, composto dall'insieme dei vettori la cui applicazione con \mathbf{A} dà un risultato nullo.

Indipendenza lineare

I vettori $\{\mathbf{x}_i\}$ appartenenti ad uno spazio vettoriale si dicono linearmente indipendenti se nessuno di questi può essere espresso come una combinazione lineare degli altri:

$$\alpha_1 \mathbf{x}_1 + \dots + \alpha_N \mathbf{x}_N = \mathbf{0} \Leftrightarrow \alpha_1 = \dots = \alpha_N = 0.$$

Base

Un insieme di vettori $\{\mathbf{x}_i\}$ di uno spazio vettoriale è una base se questi vettori sono indipendenti e generano lo spazio vettoriale. Se i vettori sono tra loro ortogonali, ($\mathbf{x}_i^H \mathbf{x}_j = 0, i \neq j$), la base è detta ortogonale. Se i vettori sono ortonormali, ($\mathbf{x}_i^H \mathbf{x}_j = 0, i \neq j, \|\mathbf{x}_i\| = 1$), la base è detta ortonormale.

Rango

Il rango della matrice \mathbf{A} è il numero di colonne (o righe) linearmente indipendenti. Il rango non può ovviamente eccedere la più piccola tra le due dimensioni della matrice. Quando vi è uguale, la matrice è detta a rango pieno.

Matrice unitaria

Una matrice quadrata a valori reali \mathbf{U} , è detta ortogonale se $\mathbf{U}^T \mathbf{U} = \mathbf{I}$, e $\mathbf{U} \mathbf{U}^T = \mathbf{I}$. In modo simile, una matrice a valori complessi è detta unitaria se $\mathbf{U}^H \mathbf{U} = \mathbf{I}$, e $\mathbf{U} \mathbf{U}^H = \mathbf{I}$. La norma di una matrice unitaria è pari a 1 e le sue colonne sono ortonormali.

Isometria

Una matrice con rango pari al numero di colonne (tall matrix) $\hat{\mathbf{U}}$, è detta isometria se $\hat{\mathbf{U}}^H \hat{\mathbf{U}} = \mathbf{I}$. La norma di una isometria è unitaria e le colonne sono una base ortogonale di un sottospazio. Esiste una matrice complementare ortogonale, $\hat{\mathbf{U}}^\perp$, tale che $\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{U}} & \hat{\mathbf{U}}^\perp \end{bmatrix}$ è una matrice unitaria e quadrata.

Proiezione

Una matrice quadrata \mathbf{P} è detta proiezione se $\mathbf{P} \mathbf{P} = \mathbf{P}$, è detta proiezione ortogonale se $\mathbf{P}^H = \mathbf{P}$. La norma di una proiezione ortogonale è unitaria. Se $\hat{\mathbf{U}}$ è una isometria, la matrice $\mathbf{P} = \hat{\mathbf{U}} \hat{\mathbf{U}}^H$, è una proiezione ortogonale sullo spazio generato dalle colonne di $\hat{\mathbf{U}}$.

Si consideri la matrice unitaria e quadrata \mathbf{U} , ottenuta dalla isometria $\hat{\mathbf{U}}$ e dalla sua complementare

ortogonale $\hat{\mathbf{U}}^\perp$: $\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{U}} & \hat{\mathbf{U}}^\perp \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_{M-d} \end{bmatrix}$, si ottiene che:

1. dalla proprietà $\mathbf{U}^H \mathbf{U} = \mathbf{I}_M$:

$$\hat{\mathbf{U}}^H \hat{\mathbf{U}} = \mathbf{I}_d, \quad \hat{\mathbf{U}}^H \hat{\mathbf{U}}^\perp = \mathbf{0}, \quad (\hat{\mathbf{U}}^\perp)^H \hat{\mathbf{U}}^\perp = \mathbf{I}_{M-d}$$

2. dalla proprietà $\mathbf{U} \mathbf{U}^H = \mathbf{I}_M$

$$\hat{\mathbf{U}} \hat{\mathbf{U}}^H + \hat{\mathbf{U}}^\perp (\hat{\mathbf{U}}^\perp)^H = \mathbf{I}_M, \quad \hat{\mathbf{U}} \hat{\mathbf{U}}^H = \mathbf{P}_c, \quad \hat{\mathbf{U}}^\perp (\hat{\mathbf{U}}^\perp)^H = \mathbf{P}_c^\perp = \mathbf{I}_M - \mathbf{P}_c.$$

Ciò dimostra che ogni vettore $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^M$ può essere decomposto in $\mathbf{x} = \hat{\mathbf{x}} + \hat{\mathbf{x}}^\perp$, dove $\hat{\mathbf{x}} \perp \hat{\mathbf{x}}^\perp$,

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{P}_c \mathbf{x} \in \text{span}(\hat{\mathbf{U}}), \quad \hat{\mathbf{x}}^\perp = \mathbf{P}_c^\perp \mathbf{x} \in \text{span}(\hat{\mathbf{U}}^\perp).$$

Le matrici $\hat{\mathbf{U}} \hat{\mathbf{U}}^H = \mathbf{P}_c$, e $\hat{\mathbf{U}}^\perp (\hat{\mathbf{U}}^\perp)^H = \mathbf{P}_c^\perp$, sono una la proiezione ortogonale sullo span delle colonne di \mathbf{X} , e la seconda il complemento ortogonale nello spazio \mathbb{C}^M .

In modo simile si può definire una matrice le cui righe generano lo span della matrice \mathbf{X}

4.2. Fattorizzazione QR

Sia \mathbf{X} una matrice di dimensioni $N \times N$ quadrata a rango pieno. Esiste una decomposizione $\mathbf{X} = \mathbf{QR}$ definita nel seguente modo:

$$[\mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2 \ \cdots \ \mathbf{x}_N] = [\mathbf{q}_1 \ \mathbf{q}_2 \ \cdots \ \mathbf{q}_N] \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1N} \\ 0 & r_{22} & \cdots & r_{2N} \\ 0 & 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & r_{NN} \end{bmatrix}$$

dove \mathbf{Q} è una matrice ortogonale e \mathbf{R} è una matrice triangolare superiore.

In generale se \mathbf{X} è una matrice $M \times N$, con $M > N$, esiste una decomposizione tale che:

$$\mathbf{X} = \mathbf{QR} = [\hat{\mathbf{Q}} \hat{\mathbf{Q}}^\perp] \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{R}} \\ 0 \end{bmatrix} = \hat{\mathbf{Q}} \hat{\mathbf{R}}$$

dove \mathbf{Q} è una matrice unitaria, $\hat{\mathbf{R}}$ è una matrice quadrata e triangolare superiore. \mathbf{R} è una matrice triangolare superiore con $M-N$ righe aggiunte di tutti zeri. $\mathbf{X} = \hat{\mathbf{Q}} \hat{\mathbf{R}}$ è la forma economica della fattorizzazione QR.

Se $\hat{\mathbf{R}}$ è non singolare, \mathbf{X} è a rango pieno sulle N colonne, le colonne della matrice $\hat{\mathbf{Q}}$ sono una base per lo span delle colonne di \mathbf{X} , e $\mathbf{P}_c = \hat{\mathbf{Q}} \hat{\mathbf{Q}}^H$. Se $\hat{\mathbf{R}}$ è *rank deficient*, queste ultime proprietà non sono verificate: lo span delle colonne di $\hat{\mathbf{Q}}$ è troppo ampio. La fattorizzazione QR può quindi essere utilizzata nella stima di una base ortogonale per lo span delle colonne di una matrice. Nel caso di una matrice $\mathbf{X} M \times N$, con $M < N$, si può definire la seguente decomposizione:

$$\mathbf{X} = \mathbf{RQ} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{R}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{Q}} \\ \hat{\mathbf{Q}}^\perp \end{bmatrix}$$

4.3. Decomposizione ai valori singolari (SVD)

Qualsiasi matrice \mathbf{X} di dimensioni $M \times N$ e rango d ammette una fattorizzazione, detta decomposizione ai valori singolari (SVD – Singular Value Decomposition) tale che:

$$\mathbf{X} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{U}\mathbf{U}^\perp & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} \dots \mathbf{0} & \mathbf{0} \dots \mathbf{0} \end{array} \right] \begin{bmatrix} \sigma_1 & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & \sigma_d & & \\ & & & & \\ & & & & 0 \\ \hline 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}^H \\ (\mathbf{V}^\perp)^H \end{bmatrix}$$

dove la matrice \mathbf{U} ha dimensioni $M \times M$, e \mathbf{V} ha dimensioni $N \times N$ e sono entrambe unitarie. La matrice $\mathbf{\Sigma}$ ha dimensioni $M \times N$ ed è diagonale, composta dai valori singolari σ_i della matrice \mathbf{X} posti sulla diagonale principale. I valori singolari sono disposti in ordine decrescente e sono non negativi:

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_d > \sigma_{d+1} = \dots = \sigma_N = 0.$$

Solo i primi d valori singolari sono maggiori di zero. Le d colonne della matrice $\hat{\mathbf{U}}$ corrispondenti ai valori singolari non nulli sono uno span per lo spazio delle colonne della matrice \mathbf{X} e sono dette vettori singolari sinistri. Allo stesso modo le d colonne della matrice $\hat{\mathbf{V}}$ sono dette vettori singolari destri e sono uno span per lo spazio delle righe della matrice \mathbf{X} . Considerando solo i valori singolari non nulli la decomposizione SVD della matrice \mathbf{X} può essere espressa nella seguente forma ridotta:

$$\mathbf{X} = \hat{\mathbf{U}} \hat{\mathbf{\Sigma}} \hat{\mathbf{V}}^H$$

dove $\hat{\mathbf{\Sigma}}$ è una matrice diagonale di dimensione $M \times N$ composta dai valori singolari $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_d$. In questa forma, la SVD rivela che la matrice \mathbf{X} ha rango d : essa è formata da un prodotto di matrici con rango d . Una proprietà interessante della SVD è associata al fatto che $\hat{\mathbf{\Sigma}}$ è una matrice diagonale: siano \mathbf{u}_i e \mathbf{v}_i le i^{me} colonne, rispettivamente, di $\hat{\mathbf{U}}$ e $\hat{\mathbf{V}}$, \mathbf{X} può essere espressa come la somma di prodotti di matrici a rango unitario scalati dai valori singolari:

$$\mathbf{X} = \sum_{i=1}^d \sigma_i (\mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^H),$$

ed inoltre:

$$\sigma_i \mathbf{u}_i = \mathbf{X} \mathbf{v}_i, \quad \sigma_i \mathbf{v}_i = \mathbf{X}^H \mathbf{u}_i.$$

Altre proprietà della SVD sono:

- Se il rango di \mathbf{X} è d , il numero di valori singolari non nulli è d , quindi la SVD è un metodo computazionalmente vantaggioso per trovare il rango di una matrice.

- $\mathbf{X} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H \Leftrightarrow \mathbf{X}\mathbf{V} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}$

le colonne di \mathbf{U} sono una base ortonormale per lo *span* delle colonne di \mathbf{X} . Le colonne di \mathbf{V}^\perp sono una base ortonormale per il *kernel* di \mathbf{X} .

- La norma (spettrale) di \mathbf{X} è pari al maggiore valore singolare: $\|\mathbf{X}\| = \sigma_1$
- Per una matrice arbitraria \mathbf{X} , anche se a rango pieno, la migliore matrice a rango d che la approssima si ottiene calcolando $\mathbf{X} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H$, e annullando tutti i valori singolari, tranne i primi d :

$$\hat{\mathbf{X}} = \hat{\mathbf{U}}\hat{\mathbf{\Sigma}}\hat{\mathbf{V}}^H$$

4.4. Matrice pseudo-inversa

Si consideri una matrice \mathbf{X} di dimensione $M \times N$ a rango d . Nel caso in cui \mathbf{X} non sia a rango pieno ovvero non sia una matrice quadrata, non esiste la sua inversa. In questo caso si può definire la pseudo-inversa nel seguente modo:

$$\mathbf{X}^\dagger = (\mathbf{X}^H \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^H.$$

La matrice pseudo-inversa soddisfa le seguenti proprietà:

$$\mathbf{X}^\dagger \mathbf{X} = \mathbf{I}_N$$

Considerando il sistema $\mathbf{b} = \mathbf{X}\mathbf{a}$, la soluzione $\mathbf{a} = \mathbf{X}^\dagger \mathbf{b}$, ottenuta con la pseudo-inversa di \mathbf{X} , è la soluzione della minimizzazione della funzione $\|\mathbf{b} - \mathbf{X}\mathbf{a}\|^2$.

4.5. Il problema degli autovalori

Il problema degli autovalori per una matrice quadrata \mathbf{A} consiste nel trovare un vettore \mathbf{x} ed uno scalare λ tale che:

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x} \quad \Leftrightarrow \quad (\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I})\mathbf{x} = 0$$

Se le relazioni precedenti sono rispettate, λ viene detto autovalore, e il corrispondente vettore \mathbf{x} è detto autovettore. Definendo la matrice $\mathbf{T} = [\mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2 \ \dots]$, e la matrice $\mathbf{\Lambda}$ formata dagli autovalori disposti sulla diagonale, se la matrice \mathbf{A} è regolare, senza ripetere gli autovalori, si definisce la decomposizione agli autovalori (EVD) nel seguente modo:

$$\mathbf{A} = \mathbf{T}\mathbf{\Lambda}\mathbf{T}^{-1}.$$

Da essa si ottiene la connessione con la SVD: si consideri la matrice \mathbf{X} , e la sua SVD $\mathbf{X} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H$, e la matrice $\mathbf{X}\mathbf{X}^H$ e la sua SVD $\mathbf{X}\mathbf{X}^H = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H\mathbf{V}\mathbf{\Sigma}\mathbf{U}^H$, dalla quale si ottiene: $\mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H\mathbf{V}\mathbf{\Sigma}\mathbf{U}^H = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}^2\mathbf{U}^H = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{U}^H$. Quindi gli autovalori di $\mathbf{X}\mathbf{X}^H$, sono i quadrati dei valori singolari di \mathbf{X} , e gli autovettori di $\mathbf{X}\mathbf{X}^H$ sono uguali agli vettori singolari sinistri di \mathbf{X} . Se esiste la SVD esiste anche la EVD.

5. Modello di antenna ad array

In questo capitolo viene esposto il modello utilizzato per rappresentare un segnale ricevuto attraverso un'antenna ad array composto da diversi elementi. L'uso di array si è sviluppato per molteplici motivi, tra i quali la possibilità di aumentare il guadagno e la possibilità di ottenere direzionalità del fascio. Tipicamente con le classiche operazioni di *beamforming* tra i segnali provenienti dai singoli elementi, quali ritardo e somma e l'introduzione di opportuni pesi complessi, è possibile ricevere un segnale con un certo guadagno, o implementare dei filtri spaziali, posizionando dei nulli sulle direzioni desiderate. I sistemi fin qui visti (SSR, ADS-B, MLAT, WAM), utilizzano antenne ad array, ad esempio l'antenna radar possiede una complessa rete di beamforming che permette la generazione dei tre fasci (somma, delta, omni) con le opportune caratteristiche. Le stazioni dell'ADS sono equipaggiate con una antenna formata da più dipoli disposti verticalmente, con un beamforming tale che permetta di avere un fascio omnidirezionale e maggior guadagno con una certa elevazione per evitare le riflessioni del terreno circostante. Nel corso di questi studi si è rivolta l'attenzione verso la realizzazione di ricevitori equipaggiati da una antenna omni-direzionale, e verso ricevitori multi-canale connessi ad altrettanti elementi disposti come in un array lineare, è quindi opportuno inserire qui le notazioni usate per rappresentare un segnale ricevuto attraverso un antenna ad array.

5.1. Rappresentazione complessa dei segnali

È possibile rappresentare un segnale attraverso le sue componenti in banda base, un segnale a valori reali centrato alla frequenza f_c può essere rappresentato nel seguente modo:

$$u(t) = \text{real}\{s(t)\exp(i2\pi f_c t)\} = x(t)\cos(2\pi f_c t) - y(t)\sin(2\pi f_c t) \quad 5.1$$

l'involuppo complesso di $u(t)$ è definito come: $s(t) = x(t) + iy(t)$. Le componenti reali ed immaginarie, $x(t)$ e $y(t)$ sono dette componenti in fase ed in quadratura. In pratica sono ottenute dalla moltiplicazione del segnale ricevuto per $\cos(2\pi f_c t)$ e $\sin(2\pi f_c t)$, seguita da un filtro passabasso, Figura 5.1.

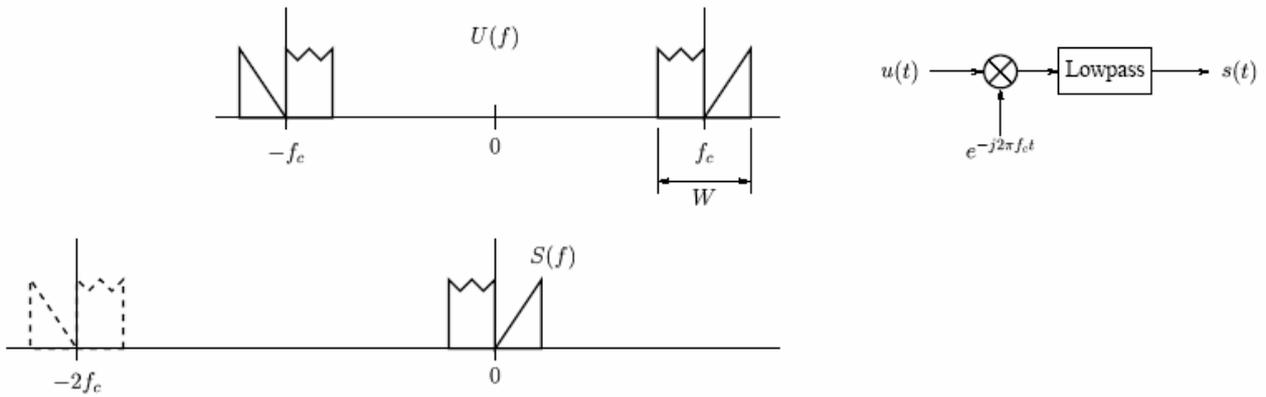


Figura 5.1: Segnale trasmesso $u(t)$ e segnale complesso in banda base $s(t)$

Supponendo che il segnale in banda base $u(t)$ sia ritardato di un tempo τ , può essere scritto nel seguente modo:

$$u_\tau(t) := u(t-\tau) = \text{real}\{s(t-\tau)\exp(i2\pi f_c(t-\tau))\} = \text{real}\{s(t-\tau)\exp(-i2\pi f_c\tau)\exp(i2\pi f_c t)\}.$$

L'involuppo complesso del segnale è quindi: $s_\tau(t) = s(t-\tau)\exp(-i2\pi f_c\tau)$. Se W è la banda dell'involuppo complesso $s(t)$ e $S(f)$ la sua trasformata di Fourier, si ha:

$$s(t-\tau) = \int_{-W/2}^{W/2} S(f)\exp(-i2\pi f\tau)\exp(i2\pi ft)df.$$

Se $|2\pi f\tau| \ll 1$ per tutte le frequenze in banda, è possibile approssimare all'unità l'esponenziale con il termine di ritardo, $\exp(-i2\pi f\tau) \approx 1$, ed ottenere:

$$s(t-\tau) \approx \int_{-W/2}^{W/2} S(f)\exp(i2\pi ft)df = s(t),$$

così si ottiene che l'involuppo complesso del segnale con ritardo, è legato all'involuppo complesso del segnale originale dalla seguente espressione:

$$s_\tau(t) = s(t)\exp(-i2\pi f_c\tau) \text{ per } W\tau \ll 1$$

In conclusione, per segnali a banda stretta, un ritardo inferiore all'inverso della banda può essere rappresentato come uno *shift* di fase dell'involuppo complesso, risultato molto utile nella stima della direzione di arrivo usando antenne a *phased array*.

5.2. Uscita / risposta dell'antenna array

Consideriamo un'antenna ad array lineare di M elementi. La lunghezza d'onda di un segnale con una portante alla frequenza f_c è pari a: $\lambda = c/f_c$, dove c è la velocità di propagazione. Negli array presi in considerazione la distribuzione degli elementi è equispaziale, sono posti ognuno ad una distanza pari a δ dall'altro e se la distanza tra l' i^{mo} elemento ed il primo è pari a δ_i , essa può essere espressa

in termini di lunghezza d'onda nel seguente modo: $\Delta_i = \delta_i / \lambda$. Considerando una sorgente ad una distanza tale da ricadere nella zona di campo lontano. Sia $s_o(t)$ il segnale in banda base trasmesso. Se la distanza tra la sorgente e l'antenna è tale da trascurare l'estensione dell'array, il fronte d'onda sull'antenna può essere considerato piano. L'onda piana ricevuta è caratterizzata dalla attenuazione A e dall'angolo di arrivo θ , definito tra la normale alla direzione contenente gli elementi e la direzione di arrivo come mostrato in Figura 5.2.

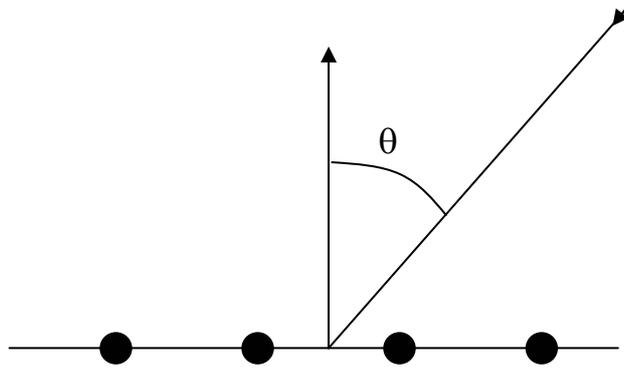


Figura 5.2: Angolo di arrivo θ del segnale rispetto all'array

Sia $a_i(\theta)$ il pattern del guadagno dell' i^{mo} elemento, il segnale ricevuto da questo elemento è il seguente:

$$x_i(t) = a_i(\theta) A s_0(t - T_i) \exp(-i2\pi f_c T_i) \quad 4.2$$

dove T_i è il tempo di propagazione del segnale tra la sorgente e l' i^{mo} elemento. Generalmente ove non segnalato, si intende che l'array sia formato da elementi nominalmente uguali, privi di mutuo accoppiamento e quindi aventi tutti lo stesso pattern di guadagno: $a_i(\theta) = a(\theta)$. Definendo $s(t) = s_0(t - T_1)$, $\tau_i = T_i - T_1$, $\beta = A \exp(-i2\pi f_c T_1)$, la 4.2 può essere riscritta nel seguente modo:

$$x_i(t) = a(\theta) \beta s(t - \tau_i) \exp(-i2\pi f_c \tau_i) \quad 4.3$$

La relazione tra τ_i e θ è data da $2\pi f_c \tau_i = -2\pi f_c \frac{\delta_i \sin(\theta)}{c} = -2\pi \frac{\delta_i}{\lambda} \sin(\theta) = -2\pi \Delta_i \sin(\theta)$. Se i ritardi τ_i sono piccoli in confronto all'inverso della banda di $s(t)$, gli involucri complessi possono essere definiti nel seguente modo: $s_{\tau_i}(t) := s(t - \tau_i) \exp(-i2\pi f_c \tau_i) = s(t) \exp(-i2\pi f_c \tau_i) = s(t) \exp(-i2\pi \Delta_i \sin(\theta))$.

Memorizzando i segnali ricevuti da ogni elemento in un vettore \mathbf{x} , dalla 4.3 si ottiene:

$$\mathbf{x}(t) = a(\theta) \beta \begin{bmatrix} s_{\tau_1}(t) \\ s_{\tau_2}(t) \\ \vdots \\ s_{\tau_M}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \exp(i2\pi \Delta_2 \sin(\theta)) \\ \vdots \\ \exp(i2\pi \Delta_M \sin(\theta)) \end{bmatrix} a(\theta) \beta s(t) := \mathbf{a}(\theta) \beta s(t)$$

dove il vettore $\mathbf{a}(\theta)$ è la risposta dell'array all'onda piana con direzione di arrivo θ . La curva A che il vettore $\mathbf{a}(\theta)$ descrive nello spazio \mathbb{C}^M , variando θ nell'intervallo di interesse $\{0 \leq \theta < 2\pi\}$ è detta

array manifold. Nel caso di array uniforme, nel quale gli elementi sono posti a distanze reciproche uguali, poiché $\Delta_i = (i-1)\Delta$, la risposta dell'array può essere scritta nel seguente modo:

$$\mathbf{a}(\theta) = \begin{bmatrix} 1 \\ \exp(i2\pi\Delta \sin(\theta)) \\ \vdots \\ \exp(i2\pi(M-1)\Delta \sin(\theta)) \end{bmatrix} a(\theta).$$

Se gli elementi sono omnidirezionali, ad esempio dipoli o monopoli su piano di massa, il termine $a(\theta)$ essendo unitario può essere omissso.

5.3. Array manifold e stima parametrica della DOA

Conoscendo il vettore $\mathbf{a}(\theta)$ è possibile determinare θ dalla intersezione tra la retta che contiene il vettore \mathbf{x} e l'*array manifold*, o trovare il valore di θ che meglio approssima tale direzione, infatti per diversi campioni della sorgente in $s(t)$ il vettore $\mathbf{x}(t)$ mantiene la stessa direzione ed è solo scalato in lunghezza, Figura 5.3.

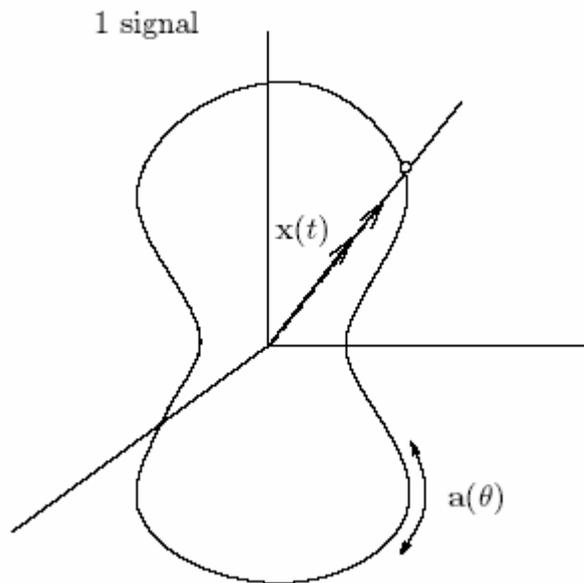


Figura 5.3: Stima della direzione di arrivo del segnale tramite intersezione tra l'*array manifold* e la retta contenente i vettori di output dell'antenna

Nel caso di due sorgenti sovrapposte il modello dei dati diventa il seguente:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{a}(\theta_1)\beta_1 s_1(t) + \mathbf{a}(\theta_2)\beta_2 s_2(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{a}(\theta_1) & \mathbf{a}(\theta_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 & 0 \\ 0 & \beta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \end{bmatrix}$$

che riscritta in notazione matriciale diviene:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}_\theta \mathbf{B} \mathbf{s}(t),$$

$$\text{con } \mathbf{A}_\theta = [\mathbf{a}(\theta_1) \mathbf{a}(\theta_2)], \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \beta_1 & 0 \\ 0 & \beta_2 \end{bmatrix}, \mathbf{s}(t) = \begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \end{bmatrix} \quad 4.4.$$

Quando $s_1(t)$ e $s_2(t)$ variano nel tempo (entrambi) $\mathbf{x}(t)$ è contenuto in un piano. In questo caso la direzione di arrivo si trova dalla intersezione dell'*array manifold* con il piano, Figura 5.4.

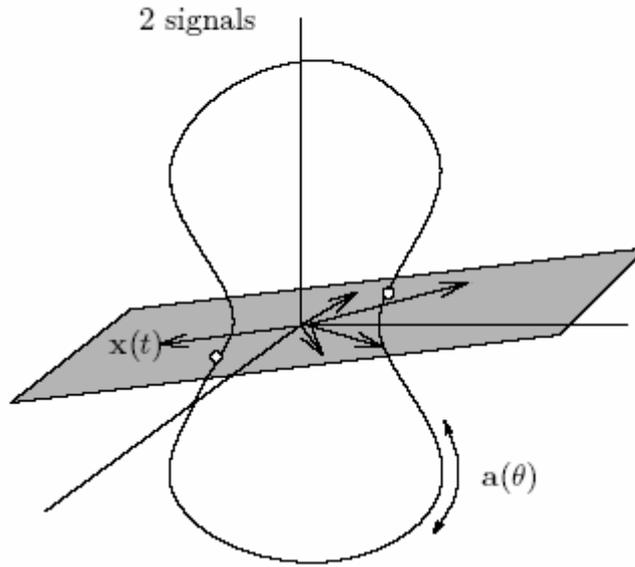


Figura 5.4: Stima della direzione di arrivo del segnale tramite intersezione tra l'*array manifold* e il piano contenente i vettori di output dell'antenna

5.4. Beamforming e separazione dei segnali

Nel caso di due sorgenti a banda stretta nello stesso supporto temporale, viene ricevuta una sovrapposizione lineare (coerente) di due segnali,

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{a}_1 s_1(t) + \mathbf{a}_2 s_2(t) = \mathbf{A} \mathbf{s}(t),$$

dove la matrice \mathbf{A} , composta dai vettori \mathbf{a}_i , è in questo caso la matrice di mixing, che racchiude sia i vettori di array che le componenti esponenziali delle sorgenti β_i .

L'obiettivo della separazione di segnali sovrapposti è la stima dei *beamformers* \mathbf{w}_1 e \mathbf{w}_2 tali che:

$$\begin{aligned} y_1(t) &= \mathbf{w}_1^H \mathbf{x}(t) = \hat{s}_1(t) \\ y_2(t) &= \mathbf{w}_2^H \mathbf{x}(t) = \hat{s}_2(t) \end{aligned}$$

che espresso in notazione matriciale diviene:

$$\mathbf{W}^H \mathbf{x}(t) = \mathbf{s}(t) \Leftrightarrow \mathbf{W}^H \mathbf{A} = \mathbf{I}.$$

Quindi per separare le sorgenti si deve stimare la matrice di mixing \mathbf{A} ed invertirla. Ci sono diversi metodi per stimare la matrice di mixing. Ad esempio come visto in precedenza, in assenza di multipath, usando la 4.4 si ha: $\mathbf{A} = \mathbf{A}_\theta \mathbf{B} = [\mathbf{a}(\theta_1) \mathbf{a}(\theta_2)] \begin{bmatrix} \beta_1 & 0 \\ 0 & \beta_2 \end{bmatrix}$.

\mathbf{A} è nota una volta stimate le direzioni di arrivo dei due segnali, \mathbf{B} non è nota, ma la sua stima può essere omessa dall'impiego di alcuni tipi di modulazione differenziale.

In altre situazioni, conoscendo i valori di $s_1(t)$ e $s_2(t)$ in un breve intervallo, $t=[0, N)$, si ha a disposizione il modello $\mathbf{X} = \mathbf{A}\mathbf{S} + \mathbf{N}$, con \mathbf{N} matrice del rumore bianco, \mathbf{X} matrice dei dati ricevuti $\mathbf{X} = [\mathbf{x}(0), \dots, \mathbf{x}(N-1)]$, e \mathbf{S} matrice dei segnali $\mathbf{S} = [\mathbf{s}(0), \dots, \mathbf{s}(N-1)]$, ciò permette di impostare la stima ai minimi quadrati $\min_{\mathbf{A}, \mathbf{S}} \|\mathbf{X} - \mathbf{A}\mathbf{S}\|_F^2$, con \mathbf{X} e \mathbf{S} noti. La soluzione è data da $\mathbf{S} = (\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H \mathbf{X} = \mathbf{A}^\dagger \mathbf{X}$, e quindi il *beamformer* ricercato è: $\mathbf{W} = \mathbf{A}^\dagger$.

5.4.1. Beamforming classico

Il cosiddetto *beamforming* classico [13] ha come presupposto che sia nota la risposta dell'array in funzione dell'angolo di arrivo dei segnali θ . Il vettore di *beamforming* \mathbf{w} è definito come il vettore di risposta dell'array calcolato per un certo valore $\hat{\theta}$, corrispondente alla direzione di arrivo del segnale, noto o stimato: $\mathbf{w} = \mathbf{a}(\hat{\theta})$. Per la stima della direzione di arrivo dei segnali, tramite il *beamforming* classico, si massimizza la potenza ricevuta in funzione di θ :

$$\hat{\theta} = \max_{\theta} \frac{\mathbf{a}(\theta)^H \mathbf{R}_x \mathbf{a}(\theta)}{\mathbf{a}(\theta)^H \mathbf{a}(\theta)}.$$

Dove la matrice di covarianza \mathbf{R}_x , nel caso di ricezione di N campioni, può essere sostituita dalla matrice di covarianza stimata $\hat{\mathbf{R}}_x$.

5.4.2. MVDR

Nota come: Minimum Variance Distortionless Response (MVDR), anche come Linearly constrained Minimum Variance (LCMV), e come Capon beamforming [14], [15]. Consiste nella minimizzazione della potenza in uscita, vincolando il valore di θ , in modo tale da avere $\mathbf{w} \mathbf{a}(\hat{\theta}) = 1$:

$$\hat{\theta} = \max_{\theta} \left\{ \min_{\mathbf{w}} \mathbf{w}^H \hat{\mathbf{R}}_x \mathbf{w} \quad s.t. \quad \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\hat{\theta}) = 1 \right\}.$$

La soluzione si esprime in forma chiusa, usando i moltiplicatori di Lagrange [16] ottenendo:

$$\mathbf{w} = \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{a}(\theta) \left(\mathbf{a}(\theta)^H \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{a}(\theta) \right)^{-1}.$$

Si stima la direzione di arrivo del segnale tramite:

$$\mathbf{w} = \max_{\theta} \frac{1}{\mathbf{a}(\theta)^H \hat{\mathbf{R}}_x^{-1} \mathbf{a}(\theta)}$$

5.4.3. MUSIC

La tecnica di *beamforming* classico e la tecnica MVDR, in caso di più sorgenti provenienti da direzioni vicine, non hanno buone prestazioni. In casi come questi con i metodi basati sulla decomposizione EVD della matrice di covarianza si ottengono risultati molto più soddisfacenti. L'algoritmo MUSIC [17], [18] stima le direzioni di arrivo dei segnali tramite la localizzazione dei massimi locali della funzione:

$$J_{MUSIC}(\theta) = \frac{\|\hat{\mathbf{U}}_n^H \mathbf{a}(\theta)\|^2}{\|\mathbf{a}(\theta)\|^2} = \frac{\mathbf{a}(\theta)^H \hat{\mathbf{U}}_n \hat{\mathbf{U}}_n^H \mathbf{a}(\theta)}{\mathbf{a}(\theta)^H \mathbf{a}(\theta)},$$

dove $\hat{\mathbf{U}}_n^H$ è la stima del sottospazio di rumore, ottenuta dalla EVD della matrice di covarianza $\hat{\mathbf{R}}_x$, assunto il modello dei dati $\mathbf{X}=\mathbf{A}\mathbf{S}+\mathbf{N}$, con \mathbf{N} matrice del rumore bianco. Rappresentando J in funzione di θ si ottiene lo pseudo-spettro. La tecnica MUSIC offre una risoluzione migliore rispetto al *beamforming* classico, con una riduzione dei lobi secondari considerevole.

5.4.4. ESPRIT

L'algoritmo ESPRIT [19], risolve la stima DOA algebricamente sfruttando le caratteristiche note della configurazione dell'array, evitando lo *scan* del vettore di array $\mathbf{a}(\theta)$ in funzione dell'angolo di arrivo. L'algoritmo si basa sulla possibilità di calcolare la matrice \mathbf{A} composta dai vettori di array per alcune configurazioni regolari dell'antenna, per le quali i vettori $\mathbf{a}(\theta)$ divengono invarianti allo *shift*. Si definisce il modello dei dati $\mathbf{X}=\mathbf{A}\mathbf{G}\mathbf{S} + \mathbf{N}$, dove $\mathbf{X}_{m \times N}$ è la matrice dei dati ricevuti dall'array a m elementi, $\mathbf{A}_{m \times d}$ è la matrice con i vettori di array delle d sorgenti, $\mathbf{G}_{d \times d}$ è la matrice diagonale dei guadagni di ciascuna sorgente, $\mathbf{S}_{d \times N}$ è la matrice dei segnali e $\mathbf{N}_{m \times N}$ è la matrice del

rumore. Data la matrice $\mathbf{A}_{m \times d}$, assumendo $d < m$, si definiscono due matrici, \mathbf{J}_1 e \mathbf{J}_2 , tali che se applicate alla matrice \mathbf{A} ne selezionano, rispettivamente, le prime $m-l$ righe e le ultime $m-l$ righe:

$$\mathbf{A}_1 = \mathbf{J}_1 \mathbf{A},$$

$$\mathbf{A}_2 = \mathbf{J}_2 \mathbf{A},$$

dalle proprietà dei vettori di array componenti la matrice \mathbf{A} , in caso da array uniforme e lineare si ottiene [19]:

$$\mathbf{A}_2 = \mathbf{J}_1 \mathbf{A} \mathbf{\Phi} = \mathbf{A}_1 \mathbf{\Phi},$$

dove $\mathbf{\Phi}$ è una matrice diagonale di dimensioni $d \times d$, i cui elementi ψ_i sono le ultime $m-l$ righe di \mathbf{A} :

$$\psi_i = \exp(2 \pi i \delta / \lambda \sin(\theta_i)),$$

Data la matrice dei dati $\mathbf{X}_{m \times N}$, viene eseguita una SVD ottenendo $\mathbf{X} = \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^H$. Viene definita e costruita la matrice \mathbf{E} , utilizzando le prime d colonne della matrice \mathbf{U} . Assumendo il rumore bianco e gaussiano, lo *span* delle colonne della matrice \mathbf{E} tendono allo *span* delle colonne della matrice \mathbf{A} , se N tende ad infinito, nel caso ideale di assenza di rumore lo *span* di \mathbf{E} e \mathbf{A} coincidono., quindi esiste una matrice invertibile $\mathbf{T}_{d \times d}$, tale che:

$$\mathbf{A} = \mathbf{E} \mathbf{T}.$$

Applicando \mathbf{J}_1 e \mathbf{J}_2 alla matrice \mathbf{E} si ottengono $\mathbf{E}_1 = \mathbf{J}_1 \mathbf{T}$ e $\mathbf{E}_2 = \mathbf{J}_2 \mathbf{T}$ tali che:

$$\mathbf{A}_1 = \mathbf{E}_1 \mathbf{T},$$

$$\mathbf{A}_2 = \mathbf{E}_2 \mathbf{T}.$$

Quindi dalle precedenti equazioni si ottiene:

$$\mathbf{A}_1 \mathbf{\Phi} = \mathbf{E}_2 \mathbf{T},$$

$$\mathbf{E}_1 \mathbf{T} \mathbf{\Phi} = \mathbf{E}_2 \mathbf{T}.$$

Dall'ultima equazione si deduce che gli *span* di \mathbf{E}_1 e \mathbf{E}_2 coincidono. Poiché è stato ipotizzato che $d < m$, è possibile calcolare la pseudo-inversa di \mathbf{E}_1 , $\mathbf{E}_1^\dagger = (\mathbf{E}_1^H \mathbf{E}_1)^{-1} \mathbf{E}_1^H$, ed applicarla nell'ultima equazione, ottenendo:

$$\mathbf{T} \mathbf{\Phi} = \mathbf{E}_1^\dagger \mathbf{E}_2 \mathbf{T}.$$

Si definisce la matrice \mathbf{F} nel seguente modo: $\mathbf{F} = \mathbf{E}_1^\dagger \mathbf{E}_2 = \mathbf{T} \mathbf{\Phi} \mathbf{T}^{-1}$, tale matrice si può calcolare dai dati, ed inoltre la sua EVD è tale che gli elementi sulla diagonale di $\mathbf{\Phi}$ sono gli autovalori, ed i vettori di \mathbf{T}^{-1} sono gli autovettori. Risolvendo il sistema di equazioni che ne deriva in funzione degli elementi di $\mathbf{\Phi}$, si stimano le direzioni di arrivo dei segnali. In assenza di rumore i *beamformers* si calcolano nel seguente modo: $\mathbf{W} = \mathbf{E} (\mathbf{T}^{-1})^H$

5.5. Risposta dell'array

In riferimento al *beamforming* classico, si consideri il vettore di risposta di un array lineare, $\mathbf{a}(\theta)$. Ipotizziamo che gli elementi dell'array abbiano una spaziatura pari a $\lambda/2$, e che il *beamformer* utilizzato sia il seguente:

$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$, cioè le uscite degli elementi sono semplicemente sommate. In questo caso la risposta

dell'array ad un segnale di ampiezza unitaria ($|\beta s(t)|=1$) proveniente dalla direzione con angolo θ è caratterizzata da un modulo del tipo $|y(t)| = |\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta)|$. La Figura 5.5 mostra questo tipo di risposta per una antenna con M elementi, per M= 2, 3 o 7.

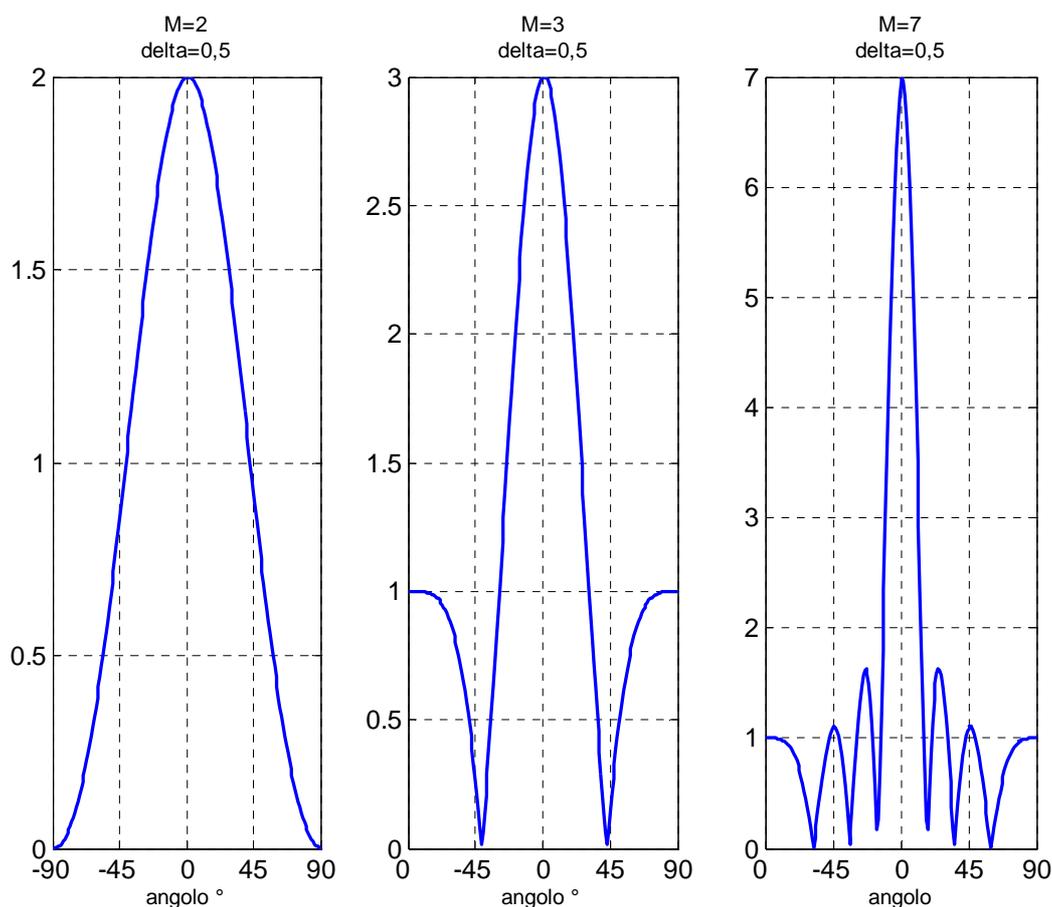


Figura 5.5: Risposta spaziale dell'array con spaziatura 0,5 e 2,3,7 elementi e beamformer $\mathbf{w}=[1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$

Come si vede dalla figura precedente, l'array presenta il guadagno massimo, pari a M, nella direzione con $\theta=0$. Dalle altre direzioni il segnale degli elementi non viene sommato in modo

coerente, da alcune direzioni si ottiene al limite una risposta nulla. Il numero dei nulli è pari a $M-1$, e tra i nulli trovano posto i lobi secondari, aumentando il numero di elementi diminuisce l'ampiezza del lobo principale. Nel caso in cui le distanze reciproche tra gli elementi dell'array crescano, oltre $\lambda/2$, la risposta dell'array diviene:

$$\mathbf{a}(\theta) = \begin{bmatrix} 1 \\ \phi \\ \vdots \\ \phi^{M-1} \end{bmatrix}, \text{ con } \phi = \exp(i2\pi\Delta \sin(\theta)).$$

Poiché $\sin(\theta) \in [-1,1]$, si ha che $2\pi\Delta \sin(\theta) \in [-2\pi\Delta, 2\pi\Delta]$, quest'ultimo intervallo si estende oltre $[-\pi, \pi]$ se $\Delta > 1/2$. In questo caso vi sono diversi valori di θ che danno lo stesso valore di ϕ . Gli effetti sono duplici: si è in presenza di *aliasing* spaziale, ovvero non è possibile stimare θ conoscendo ϕ , e si nota la presenza di *grating lobes* nella risposta spaziale dell'array. La Figura 5.6 mostra l'influenza della distanza tra gli elementi dell'array, prendendo come esempio un array a 7 elementi. Il grafico a sinistra mostra la risposta ottenuta con una spaziatura pari a $\lambda/2$ ($\Delta=0,5$) quindi uguale a quella della Figura 5.5, il grafico centrale mostra la risposta ottenuta con $\Delta=1$ e il grafico a destra mostra la risposta ottenuta con $\Delta=2$, in questi ultimi due casi si nota la presenza di *grating lobes*.

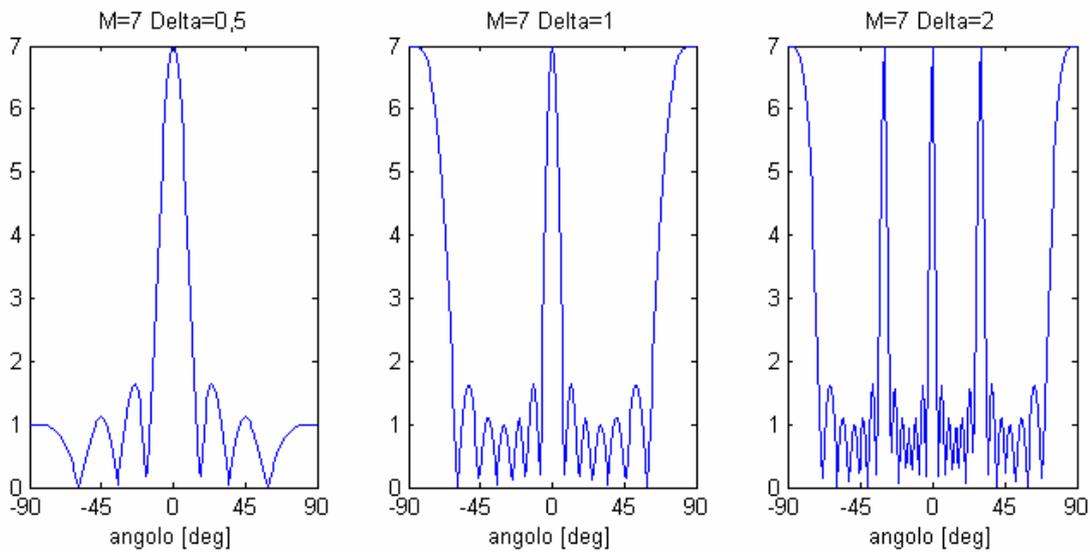


Figura 5.6: Grating lobes, array a $M=7$ elementi, $\Delta=\{0,5 \ 1 \ 2\}$, $\mathbf{w}=[1 \ 1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$

La presenza dei *grating lobes* impedisce una stima univoca dell'angolo di arrivo del segnale. Tuttavia non impediscono la possibilità di stimare \mathbf{A} e la possibilità di spostare i nulli ed ottenere la separazione di sorgenti sovrapposte. Se necessario i *grating lobes* possono essere attenuati con l'uso di antenne direttive: la risposta spaziale viene moltiplicata con la risposta spaziale dell'antenna direttiva, e se i fasci sono sufficientemente stretti, il risultato mostra un solo lobo principale.

Modificando il vettore di *beamforming* \mathbf{w} si ottiene la rotazione del fascio principale. La Figura 5.7, nella prima parte a sinistra, mostra la risposta di un array a $M=7$ elementi a distanze relative di $\lambda/2$ ottenute con un *beamformer* $\mathbf{w}=\mathbf{a}(30^\circ)$. Eseguendo una scansione tra -90° e 90° , si può ruotare il lobo nella direzione desiderata, questa operazione è conosciuta come *beamforming* classico.

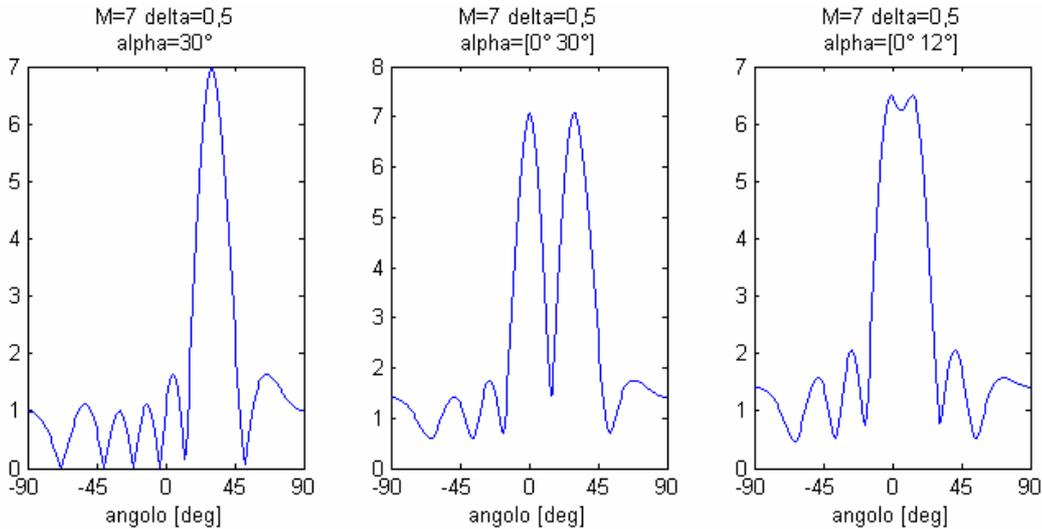


Figura 5.7: Beam steering: a) risposta con $\mathbf{w}=\mathbf{a}(30^\circ)$, b) risposta con scansione in θ $[-90^\circ, 90^\circ]$ e due sorgenti molto separate rispetto all'angolo di arrivo, c) risposta con scansione in θ $[-90^\circ, 90^\circ]$ e due sorgenti poco separate rispetto all'angolo di arrivo

Tramite l'operazione di *beamforming* è possibile stimare la direzione di arrivo di un segnale. Ipotezzando di ricevere un segnale da $\theta=0^\circ$, si ha:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{a}(0)\beta_s(t) = \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \beta_s(t) = \mathbf{1}\beta_s(t), \text{ con } |\beta_s(t)| = 1,$$

applicando il beamformer \mathbf{w} si ricava $y(t) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}(t)$, e calcolando $\mathbf{w}=\mathbf{a}(\theta)$ per tutti i valori di θ , si ottiene la seguente relazione in funzione di θ :

$$|y(t)| = |\mathbf{w}^H \mathbf{x}(t)| = |\mathbf{a}(\theta)^H \mathbf{1}|, \quad -\pi \leq \theta \leq \pi,$$

il cui grafico in funzione di θ presenterà il massimo in corrispondenza del valore dell'angolo di arrivo, nel caso specifico il risultato è identico al grafico mostrato in Figura 5.5 (angolo di arrivo $\theta=0$). L'ampiezza del lobo principale dipende dal numero di elementi dell'array. In generale se il segnale proviene da un angolo θ_0 , il grafico della risposta dell'array presenterà un picco in corrispondenza di θ_0 . In presenza di due sorgenti trasmettenti con ampiezze unitarie, il segnale ricevuto è della forma:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{a}(\theta_1)\beta_1 s_1(t) + \mathbf{a}(\theta_2)\beta_2 s_2(t), \text{ con } |\beta_1 s_1(t)| = |\beta_2 s_2(t)| = 1,$$

la risposta dell'array presenterà due picchi a θ_1 e θ_2 . Il grafico centrale della Figura 5.7 mostra la risposta dell'array a 7 elementi ottenuta con la scansione in θ , la figura mostra i due picchi distinti relativi alle due sorgenti poste ad

una distanza angolare di 30° . Il grafico a destra della medesima figura, mostra invece il caso di due sorgenti troppo vicine tra loro, con una differenza angolare di 12° (minore del fascio principale), ed i relativi picchi non completamente distinti. La scelta del *beamformer* $\mathbf{w}=\mathbf{a}(\theta)$ è una delle più semplici, \mathbf{w} non è dipendente dai dati trasmessi e non è parametrico, è comunque idoneo nel caso di una sola sorgente in rumore bianco. In presenza di più sorgenti questo tipo di *beamformer* può essere affetto da un bias: i picchi eventualmente presenti tendono ad avvicinarsi tra loro. Ci sono altri tipi di *beamforming*, che tengono conto della natura e tipo dei dati trasmessi, essi hanno una risoluzione angolare migliore e migliori proprietà statistiche in presenza di rumore.

6. Overview sui metodi proposti

La funzione di questo capitolo è di introduzione ai successivi nei quali sono esposti gli algoritmi di rivelazione e separazione di segnali sovrapposti. Sono di seguito esposti la definizione del modello utilizzato per rappresentare il segnale ricevuto, e una descrizione degli algoritmi proposti.

Gli algoritmi proposti prevedono l'utilizzo di un ricevitore sostanzialmente simile alle tipologie attualmente in uso, le differenze risiedono nella sezione di antenna e nella sezione di acquisizione digitale. Tutti gli algoritmi, ad eccezione del PASA, si possono applicare utilizzando un ricevitore multi canale, nel quale ogni canale è connesso ad un elemento di array lineare. L'algoritmo PASA è concepito per essere impiegato con ricevitori a singolo canale equipaggiati da antenna omnidirezionale. Nelle prove a supporto della valutazione degli algoritmi è stato utilizzato un array a quattro elementi. Ciascun elemento dell'array deve essere connesso ad una catena ricevente in grado di amplificare la banda di interesse ed attenuare segnali interferenti e rumore nelle bande laterali, quindi una tecnologia, perlomeno nella sezione a RF, uguale a quella dei ricevitori attualmente impiegati per segnali a 1090 MHz. La differenza nella sezione di acquisizione digitale consiste nell'applicare un campionamento diretto sul segnale dopo lo stadio di conversione a IF con un rate sovradimensionato rispetto al limite inferiore di Nyquist, ciò permette di disporre dell'informazione di fase anche con il segnale digitale. Per le prove ed i test sugli algoritmi sono stati utilizzati segnali con IF pari a 10 MHz e campionati a 50 MS/s. Per rappresentare il segnale ricevuto a valle dell'acquisizione digitale è stato utilizzato un modello di tipo MIMO (Multi Input Multi Output), che ha permesso di formalizzare un segnale composto da molteplici segnali da sorgenti distinte e la relativa uscita da un ricevitore multi canale, valido con le seguenti ipotesi:

- segnale a banda stretta, essendo l'occupazione in banda $BW = 15$ MHz, e la frequenza della portante $f_c = 1090$ MHz, si ha $BW \ll f_c$. In questa ipotesi il ritardo di propagazione del segnale tra gli elementi dell'array si ripercuote in una differenza di fase tra i segnali ricevuti dagli elementi dell'array.
- condizione di ricezione in campo lontano, ammissibile considerando le dimensioni fisiche dell'array, < 1 m, e le distanze tipiche da cui trasmettono i trasponder, > 100 m.
- rumore da sorgenti esterne ed interne bianco e gaussiano, di uguale potenza su tutti i canali
- varianza σ^2 del rumore nota

In ricezione, durante l'intervallo temporale ΔT di interesse, si consideri la presenza di d segnali trasmessi da altrettante sorgenti distinte, ricevuti da un array di m elementi. Per semplificare la trattazione aggiungiamo ad ogni segnale un opportuno *zero-padding* in modo tale che i d segnali

siano presenti durante tutto l'intervallo temporale. Se il periodo di campionamento è T , l'intervallo di ricezione è composto da un numero N campioni, dato da $N = \Delta T / T$. La matrice \mathbf{X} rappresentativa del segnale ricevuto ha dimensioni $m \times N$, e ogni riga contiene il segnale acquisito da ogni elemento dell'array, il modello utilizzato per rappresentarla è il seguente:

$$\mathbf{X} = \mathbf{A} \mathbf{G} [\mathbf{F} \odot \mathbf{B}] + \mathbf{N}.$$

Dove:

- d è il numero di sorgenti, m il numero di elementi dell'array (numero dei canali), N il numero di campioni acquisiti.
- $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1), \dots, \mathbf{a}(\theta_d)]$, è la matrice di *steering* di dimensioni $m \times d$, composta dai vettori di steering, $\mathbf{a}(\theta_i)$, che dipendono dall'angolo di incidenza del segnale rispetto alla normale della retta su cui giace l'array:

$$\mathbf{a}(\theta_i) = \left[1, \exp\left(j \frac{2\pi\delta_i}{\lambda} \sin(\theta_i)\right), \dots, \exp\left(j \frac{2\pi\delta_i}{\lambda} (M-1) \sin(\theta_i)\right) \right]^T,$$

dove δ_i è la distanza tra il primo e l'elemento i^{mo} dell'array, nel caso di interesse gli elementi hanno una distanza reciproca pari a $\lambda/2$.

- \mathbf{G} è la matrice del guadagno di dimensioni $d \times d$, i cui elementi sulla diagonale sono rappresentativi del guadagno complesso:

$$g_i = \rho_i \exp(j\psi_i), \text{ con } i = 1 \dots d,$$

g_i è il guadagno della i -ma sorgente

ρ_i è l'ampiezza della i -ma sorgente

ψ_i è la fase della i -ma sorgente.

- $\mathbf{F} = [\mathbf{f}_1^T, \dots, \mathbf{f}_d^T]$ è una matrice di dimensioni $d \times N$, la cui riga i -ma è $\mathbf{f}_i = [1, \phi_i, \dots, \phi_i^{N-1}]$ con $\phi_i = \exp(2\pi j f_i T)$. La matrice \mathbf{F} è una matrice di Vandermonde (le cui righe o colonne iniziano con un 1 seguito da una progressione geometrica) che contiene il residuo di frequenza del segnale, se questo viene campionato in banda base, o la frequenza se campionato direttamente a IF. Il residuo di frequenza, così come lo shift reale rispetto alla IF nominale, è dovuto alla natura tecnologica dei trasmettitori usati nei transponder e alla tolleranza sulla frequenza della portante (1090 MHz \pm 1 MHz).
- $\mathbf{B} = [\mathbf{b}[1], \dots, \mathbf{b}[N]]$ è la matrice $d \times N$, contenente le sequenze binarie $\{0, 1\}$ trasmesse.
- \odot rappresenta il prodotto di Schur-Hadamard definito nel seguente modo:
 $\mathbf{A} \odot \mathbf{B} = \mathbf{C}$ con $c_{ij} = a_{ij} b_{ij}$.

- $\mathbf{N} = [\mathbf{n}[1], \dots, \mathbf{n}[N]]$ è la matrice $m \times N$ contenente le componenti di rumore.

Il modello può essere riscritto in forma più compatta nel seguente modo:

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}\mathbf{G}\mathbf{S} + \mathbf{N} = \mathbf{M}\mathbf{S} + \mathbf{N}$$

dove:

- \mathbf{S} è detta matrice del segnale, ed ha dimensioni $d \times N$
- \mathbf{M} è detta matrice di mixing ed ha dimensioni $m \times d$

I segnali provenienti da una aeromobile o da un trasponder veicolare possono raggiungere l'antenna sia con il percorso diretto sia con un percorso caratterizzato da riflessioni. Il modello introdotto rimane valido anche in caso di multipath con riflessione dell'onda su terreno senza variazione di angolo di arrivo, ed anche in caso di percorso con riflessioni che provocano un diverso angolo di arrivo. Nel primo caso, il percorso secondario determina un ritardo inferiore all'inverso dell'occupazione in banda del segnale, che può quindi rappresentarsi con uno shift di fase. Il segnale riflesso presenterà quindi un guadagno complesso che combinandosi con il guadagno del segnale diretto altera la potenza ricevuta del segnale. Nel secondo caso, tipicamente causato da riflessioni su superfici lontane dall'antenna, il segnale riflesso presenta un ritardo temporale consistente ed un angolo di arrivo diverso, quindi il segnale diretto e quello riflesso si possono considerare indipendenti, come se emessi da sorgenti distinte.

Lo scopo degli algoritmi studiati consiste nel risolvere le situazioni in cui in un determinato supporto temporale siano presenti segnali a 1090 MHz emessi da sorgenti distinte. Gli algoritmi sono in grado di rivelare la presenza di due o più segnali sovrapposti e quindi separarli in modo tale da poterli decodificare senza errori e senza la perdita di continuità di sorveglianza. Utilizzando il modello dati introdotto, lo scopo è quello di ottenere una stima della matrice di mixing \mathbf{M} , ed utilizzarla congiuntamente con la matrice dei dati \mathbf{X} per stimare la matrice dei segnali \mathbf{S} . Gli algoritmi studiati ed implementati sono i seguenti: **PA** Projection Algorithm, **EPA** Extended PA, **PASA** PA Single Antenna, e gli algoritmi basati sul concetto di sparsity: **3D**, **8D**.

L'algoritmo **PA** [20], [21], [22], [23], è un metodo algebrico e sfrutta la differenza tra le direzioni di arrivo dei segnali, grazie al concetto di diversità in antenna, e alla ricezione da diversi canali connessi ad antenne distinte. L'algoritmo è concepito per funzionare nei casi di sovrapposizione parziale tra due segnali di modo S, quando sono presenti supporti temporali distinti nei quali vi è alternatamente la presenza di uno solo dei segnali sovrapposti. L'algoritmo **EPA** [20], [22] è un metodo ricorsivo per la separazione di una sovrapposizione multipla di segnali, anche in presenza di formati diversi, modo S e convenzionali. L'algoritmo prevede, in ogni iterazione, la presenza di un supporto temporale in cui vi sia un solo segnale presente. L'algoritmo **PASA** [24], [25], [26] è utilizzabile in un ricevitore mono-canale. È stato implementato per essere direttamente utilizzato nei

sistemi attualmente esistenti equipaggiati con antenna omnidirezionale. Questo algoritmo prevede una trasformazione sul segnale ricevuto in modo da rendere utilizzabile su di esso l'algoritmo PA. Il PASA permette rappresenta una valida alternativa dal punto di vista economico, non necessitando la sostituzione dei ricevitori già installati, a scapito di prestazioni lievemente inferiori agli altri algoritmi. Gli algoritmi basati sul concetto di *sparsity* [27], [28], [29], [30], prevedono un approccio di tipo geometrico. Rappresentando le componenti del segnale ricevuto da ogni antenna, in uno spazio tridimensionale (**3D**) o in un iperspazio (**8D**) sfruttando tutte le antenne, gli algoritmi cercano di stimare le proprietà geometriche di ogni sorgente per poi utilizzarle per la loro estrazione. Nel capitolo successivo sono esposti i principi dei metodi proposti. Per il medesimo scopo sono presenti in letteratura altre soluzioni:

- ESPRIT, metodo basato sulla risposta dell'array, necessitano di una array calibrato e sono sensibili al multipath, [19], [31],
- algoritmi di separazione basati sulla indipendenza dei cumulanti di alto ordine, JADE e ICA, [32] [33], che non possono essere utilizzati per segnali SSR, essendo questi ultimi "pseudo-gaussiani" fino al quinto ordine [34], [35], quindi con cumulanti di ordine 3, 4 e 5 con una alta probabilità di essere nulli. Anche l'algoritmo fast-ICA [36] non ha buone prestazioni, in quanto per sfruttare l'indipendenza statistica serve un numero di campioni molto elevato (alcune migliaia).
- algoritmi deterministici, che sfruttano le caratteristiche della modulazione PPM (MDA, ZCM) [7], [37], [38], possono separare solo sovrapposizioni tra segnali di modo S e hanno un alto costo computazionale. Il migliore tra di essi, il MDA, non presenta buone prestazioni in caso di sovrapposizioni con alti ritardi tra i tempi di arrivo dei segnali.

Algoritmi per ricevitori a 1090 MHz

7. PA – Projection Algorithm

L'algoritmo PA sfrutta il concetto di diversità in antenna, ovvero la ricezione dei segnali da separare con diversi canali connessi ad antenne distinte. L'algoritmo è concepito per separare sorgenti con diversi angoli di arrivo esclusivamente nei casi di sovrapposizione parziale, cioè quando è possibile individuare supporti temporali distinti nei quali vi sia uno solo dei segnali sovrapposti: l'intervallo all'inizio del blocco di segnale ricevuto in cui è presente solo la prima sorgente, e l'intervallo alla fine del blocco di segnale ricevuto nel quale è presente solo la seconda sorgente. L'algoritmo, quindi, non può funzionare nel caso in cui i due intervalli contengano la medesima sorgente, cioè quando la sovrapposizione è composta da un segnale interamente contenuto in un altro, ad esempio un segnale di modo S o convenzionale contenuto in un segnale di modo S lungo. La Figura 7.1 mostra due esempi di sovrapposizione, il primo è possibile utilizzare l'algoritmo PA, nel secondo (non essendoci un supporto temporale in cui sia presente solo la seconda sorgente) non è possibile utilizzare il PA.

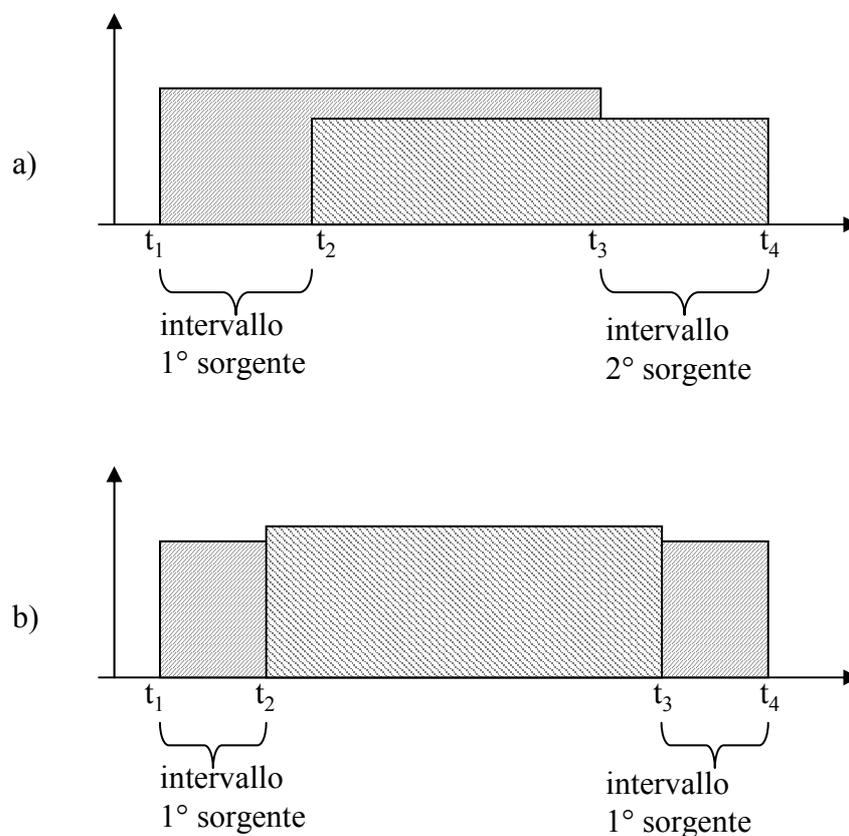


Figura 7.1: a) sovrapposizione parziale tra due segnali consecutivi; b) sovrapposizione tra due segnali,

Si consideri la matrice \mathbf{X} dei segnali ricevuti, composta da m righe (nell'applicazione pratica si avrà $m=4$), ognuna delle quali contiene il segnale ricevuto da un elemento dell'array, e composta da N colonne, tante quanti sono i campioni acquisiti. Siano d le sorgenti, nell'applicazione si avrà $d=2$. Lo scopo dell'algoritmo è quello di determinare la matrice di *beamforming* $\mathbf{W}_{d \times m}$, tale che il suo prodotto con la matrice \mathbf{X} restituisca le sorgenti separate: $\mathbf{W}\mathbf{X} = \mathbf{S}$, dove le matrici \mathbf{X} e \mathbf{S} sono, rispettivamente, la matrice dei dati e la matrice dei segnali, introdotte nel capitolo 6. Considerando la presenza di rumore, il vettore riga generico \mathbf{w}_i della matrice \mathbf{W} , rappresenta il *beamformer* della stima della sorgente i^{ma} .

$$\mathbf{w}_i \mathbf{X}[n] = \hat{\mathbf{s}}_i[n], \quad i = 1, 2, \dots, d; \quad n = 1, \dots, N$$

La stima della matrice \mathbf{S} avviene attraverso la minimizzazione della funzione $\|\mathbf{X} - \mathbf{M}\mathbf{S}\|_F^2$, ricavando [39]:

$$\hat{\mathbf{S}} = (\mathbf{M}^H \mathbf{M})^{-1} \mathbf{M}^H \mathbf{X} = \mathbf{M}^\dagger \mathbf{X}.$$

Quindi la matrice dei *beamformer* \mathbf{W} è collegata alla matrice di mixing \mathbf{M} , introdotta nel capitolo 6, dalla seguente relazione:

$$\mathbf{W} = \mathbf{M}^\dagger.$$

Si consideri la ricezione di un segnale composto dalla sovrapposizione di due sorgenti di modo S nella modalità mostrata in Figura 7.1 a), il primo passo dell'algoritmo consiste nella stima degli istanti temporali t_1, t_2, t_3 e t_4 , in modo da individuare gli intervalli in cui è presente solo il primo segnale e solo il secondo segnale. Il metodo per stimare i suddetti istanti temporali si basa su una analisi nel tempo del numero di sorgenti presenti, in pratica utilizzando una opportuna finestra scorrevole sulla matrice \mathbf{X} viene eseguito un *whiteness test* basato su SVD [40]. I particolari sulla tecnica sono riportati nel paragrafo seguente. Una volta stimati t_1, t_2, t_3 e t_4 , i vettori di mixing sono stimati sui due intervalli in cui sono presenti il primo ed il secondo segnale. Dalla matrice \mathbf{X} è possibile estrarre due sottomatrici: $\mathbf{X}^{(1)}$ e $\mathbf{X}^{(2)}$. La prima contiene i campioni ricevuti nel primo intervallo $[t_1 : t_2]$, la seconda contiene i campioni ricevuti nel secondo intervallo $[t_3 : t_4]$:

$$\mathbf{X}^{(1)} = \mathbf{X}(t_1 : t_2) = \mathbf{M}\mathbf{S}^{(1)} + \mathbf{N}^{(1)}$$

$$\mathbf{X}^{(2)} = \mathbf{X}(t_3 : t_4) = \mathbf{M}\mathbf{S}^{(2)} + \mathbf{N}^{(2)}$$

Per come sono state definite, $\mathbf{X}^{(1)}$ contiene solo una sorgente (la prima), e $\mathbf{X}^{(2)}$ contiene solo una sorgente (la seconda), quindi la notazione può essere semplificata nel seguente modo:

$$\mathbf{X}^{(1)} = \mathbf{m}_1 \mathbf{s}_1^{(1)} + \mathbf{N}^{(1)}$$

$$\mathbf{X}^{(2)} = \mathbf{m}_2 \mathbf{s}_2^{(2)} + \mathbf{N}^{(2)}$$

dove i vettori \mathbf{m}_i sono le colonne della matrice \mathbf{M} e \mathbf{s}_i sono le righe della matrice \mathbf{S} . La stima dei vettori \mathbf{m}_i avviene tramite SVD delle matrici $\mathbf{X}^{(i)}$, con $i=1, 2$. Nel caso ideale di assenza di rumore, le matrici $\mathbf{X}^{(i)}$ sono a rango unitario con $d=1$, e dalla SVD si ottiene:

$$\mathbf{X}^{(i)}_{m \times N_1} = \mathbf{U}_{m \times m} \mathbf{\Sigma}_{m \times N_1} \mathbf{V}^H_{N_1 \times N_1} = \begin{bmatrix} \mathbf{U} & \mathbf{U}^\perp \\ m \times d & m \times (N_1 - d) \\ m \times N_1 & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma & \mathbf{0} \\ d \times d & d \times (N_1 - d) \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ N_1 - d \times d & (N_1 - d) \times (N_1 - d) \\ N_1 \times N_1 & N_1 \times N_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V} \\ d \times N_1 \\ \mathbf{V}^\perp \\ N_1 - d \times N_1 \\ N_1 \times N_1 \end{bmatrix} \stackrel{d=1}{=} \mathbf{u}_1 \boldsymbol{\sigma}_1 \mathbf{v}_1^H,$$

dove $\mathbf{U}^\perp, \mathbf{V}^\perp$ sono le matrici complementari ortogonali di \mathbf{U} e \mathbf{V} , quindi il vettore di mixing \mathbf{m}_i corrisponde al vettore singolare sinistro della matrice $\mathbf{X}^{(i)}$. Nel caso con rumore la stima del vettore di mixing corrisponde al primo vettore singolare sinistro ottenuto dalla SVD: $\hat{\mathbf{m}}_i = \mathbf{U}_{m \times 1}^{(i)}$. La matrice di mixing stimata è ottenuta dalle stime dei vettori di mixing:

$$\hat{\mathbf{M}}_{m \times 2} = [\hat{\mathbf{m}}_1 \hat{\mathbf{m}}_2].$$

La matrice di *beamforming* viene quindi ottenuta dalla pseudoinversa della matrice di mixing stimata, quindi i vettori \mathbf{w}_i

$$\mathbf{W}_{2 \times m} = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_1 \\ \mathbf{w}_2 \end{bmatrix} = \hat{\mathbf{M}}^\dagger.$$

Il prodotto della matrice di *beamforming* con la matrice del segnale restituisce le sorgenti separate più il rumore:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{S}} &= \mathbf{W} \mathbf{X} = \hat{\mathbf{M}}^\dagger \mathbf{X} \\ &= (\hat{\mathbf{M}}^H \hat{\mathbf{M}})^{-1} \hat{\mathbf{M}}^H \mathbf{X} \\ &= (\hat{\mathbf{M}}^H \hat{\mathbf{M}})^{-1} \hat{\mathbf{M}}^H \mathbf{M} \mathbf{S} + (\hat{\mathbf{M}}^H \hat{\mathbf{M}})^{-1} \hat{\mathbf{M}}^H \mathbf{N} \\ &= \mathbf{S} + \hat{\mathbf{M}}^\dagger \mathbf{N} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{s}}_1 \\ \hat{\mathbf{s}}_2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

In uno spazio vettoriale rappresentato per comodità nel campo reale a due dimensioni, i vettori di *beamforming* \mathbf{w}_i possono essere visualizzati come le proiezioni ortogonali dei vettori \mathbf{m}_i parallela a \mathbf{m}_j , con $i \neq j$, come mostrato in Figura 7.2.

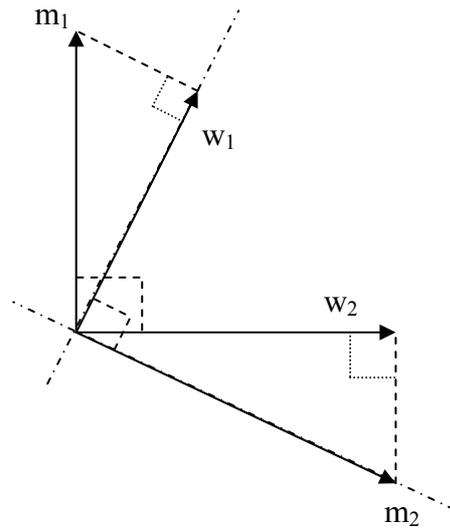


Figura 7.2: Principio di definizione dei vettori w_i da proiezioni ortogonali dei vettori m_i

Di seguito lo schema riassuntivo dei passi dell' algoritmo:

step	
1	Acquisizione della matrice dei dati \mathbf{X}
2	Rivelazione del numero di sorgenti e timing, estrazione della matrici \mathbf{X}_1 e \mathbf{X}_2
3	Stima della matrice di mixing \mathbf{M} , con \mathbf{m}_1 stimato su \mathbf{X}_1 e \mathbf{m}_2 stimato su \mathbf{X}_2
4	Costruzione della matrice di beamforming $\mathbf{W} = \mathbf{M}^\dagger$
5	Estrazione delle sorgenti tramite $\mathbf{S} = \mathbf{W} \cdot \mathbf{X}$

La Figura 7.3 mostra l' involuppo del segnale w_5 , ottenuto dalle registrazioni eseguite a Delft [8], composto dalla sovrapposizione tra due segnali di modo S, ed un segnale convenzionale, sovrapposto al preambolo del primo segnale di modo S.

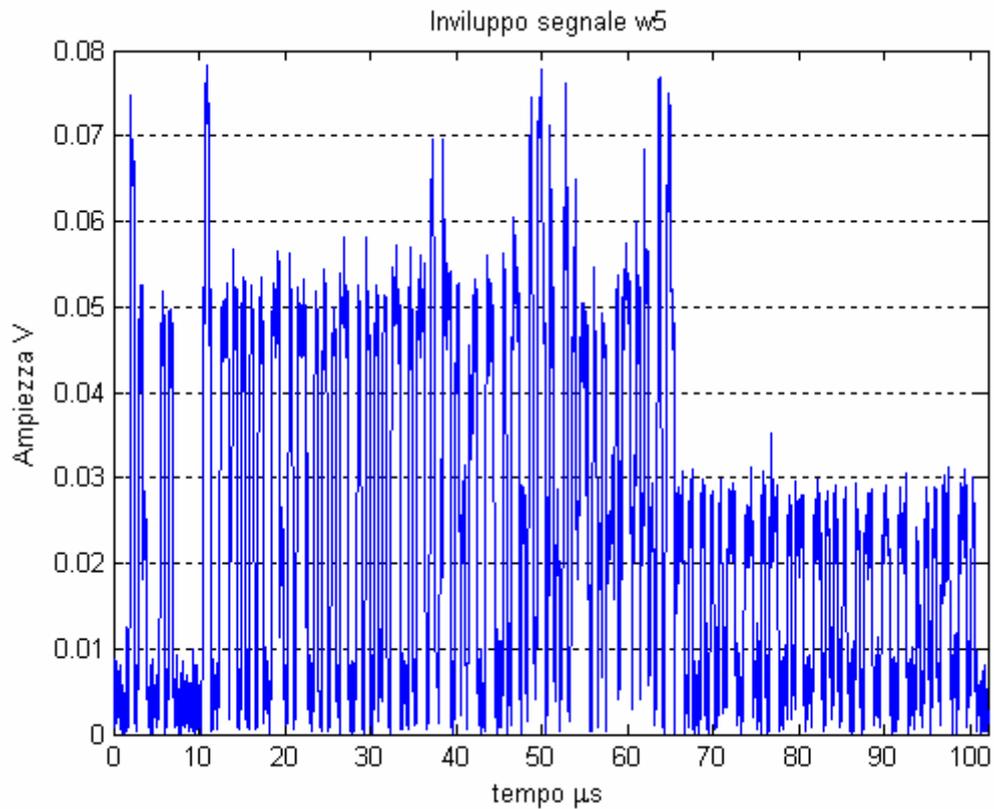


Figura 7.3: Involuppo del segnale w_5

Applicando il PA a questo segnale si riescono a separare i due segnali di modo S sovrapposti. La Figura 7.4 mostra l'involuppo dei due segnali separati. Non è possibile estrarre il segnale convenzionale che è sovrapposto al preambolo del primo segnale di modo S. Utilizzando l'algoritmo EPA, par.8, è invece possibile l'estrazione di tutti i tre segnali sovrapposti.

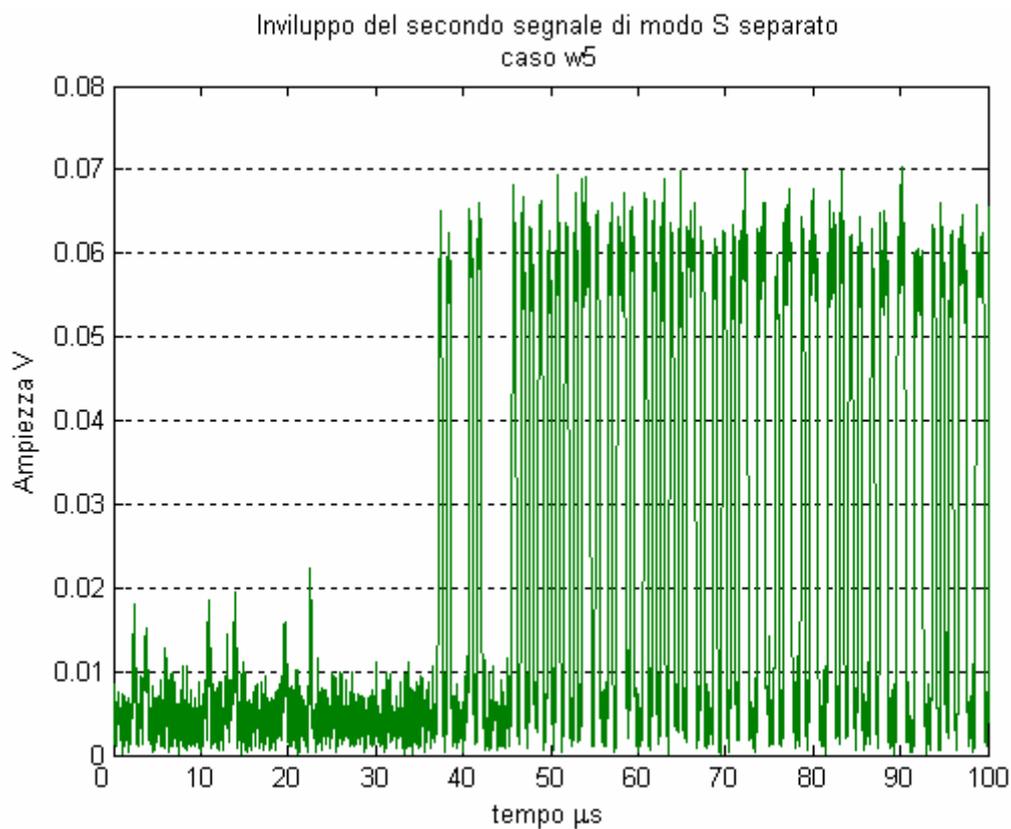
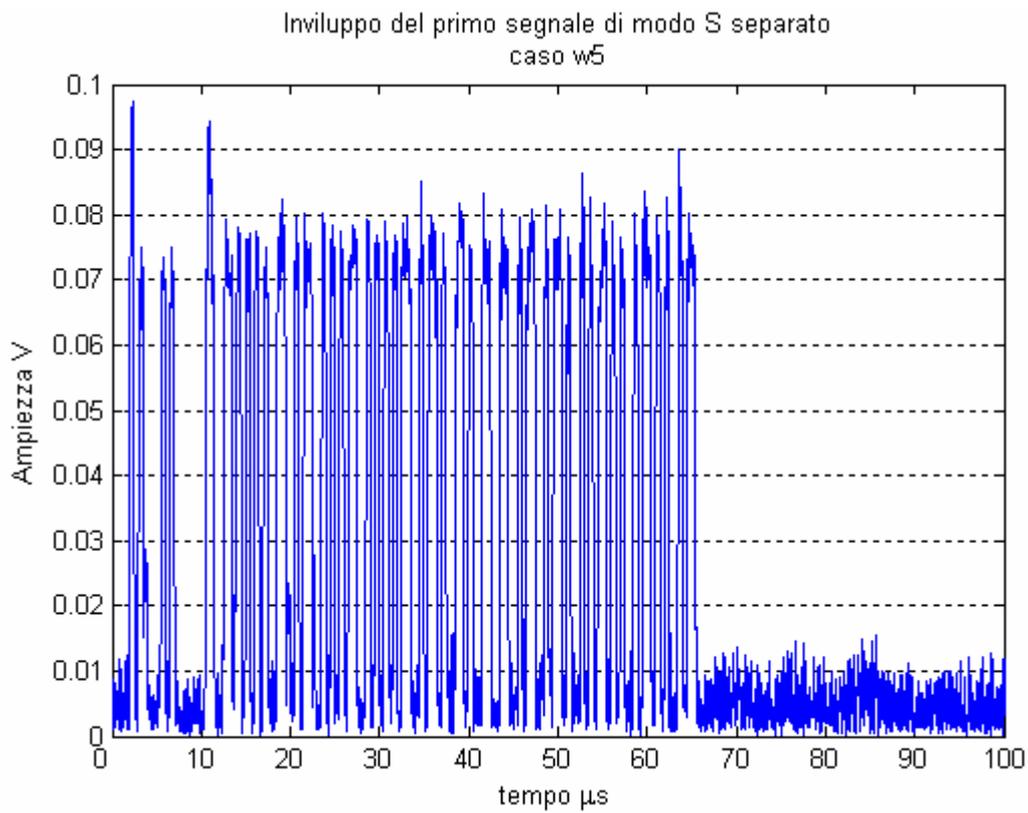


Figura 7.4: Inviluppo dei segnali di modo S separati, segnale di partenza w5 fig. 7.3

7.1. Rivelazione del numero di sorgenti

Come accennato nel paragrafo precedente, il primo passo dell'algoritmo, una volta acquisita la matrice dei dati, consiste nella stima del numero di sorgenti e nella stima dei tempi di arrivo e fine di ciascun segnale sovrapposto. Questa stima avviene tramite una analisi nel tempo utilizzando una finestra scorrevole lungo le colonne della matrice \mathbf{X} . La finestra ha una ampiezza pari a $4 \mu s$ e un passo di traslazione pari a $1 \mu s$. Questi valori sono stati fissati considerando che in un segnale di modo S il massimo intervallo in cui è possibile non trovare segnale può essere di $3,5 \mu s$, in corrispondenza dell'ultimo impulso del preambolo ed il primo del blocco dati. Nella finestra scorrevole viene eseguita una SVD per ottenere i valori singolari σ_i , con $i = \{1, 2\}$, in funzione del tempo. Nel caso ideale di assenza di rumore, il rango della matrice \mathbf{X} è pari al numero di sorgenti presenti, di conseguenza dalla SVD applicata nella finestra scorrevole, si otterranno tanti valori singolari maggiori di zero quanti sono i segnali presenti nella finestra. Quindi il numero di sorgenti e la loro temporizzazione si ottiene dall'osservazione dell'andamento nel tempo dei valori singolari. Per stimare il numero di sorgenti e la temporizzazione su un segnale reale, si deve tenere conto del rumore, a causa del quale tutti i valori singolari, non solo quelli relativi alle sorgenti, sono maggiori di zero. I valori singolari corrispondenti al solo rumore saranno prossimi a zero, si rende quindi necessario l'utilizzo di una opportuna soglia per determinare i tempi di inizio e fine segnale delle sorgenti.

La soglia viene calcolata in funzione dell'energia del rumore:

Per stimare l'energia del rumore, si consideri la matrice $\mathbf{X}_{m \times N}$, contenente N campioni di rumore, ricevuti dagli m elementi dell'array. La somma dei quadrati dei valori singolari ottenuti tramite la SVD sulla matrice \mathbf{X} è pari all'energia di rumore:

$$Y = \sum_{i=1}^m \sigma_i^2 = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^N |\mathbf{n}_{ij}|^2.$$

La Y , somma dei quadrati dei valori singolari segue una distribuzione di tipo χ_n^2 , con $n = mN$, se n tende ad infinito la distribuzione tende ad una distribuzione normale. Fissando una probabilità di falso allarme pari a 10^{-6} , per un numero di campioni pari a 400, dall'inversa della funzione *erf*, si ricava il valore della soglia di rumore stimato secondo una normale standard: $A=4,7531$. Con questo valore devono essere confrontati i valori singolari calcolati sulla finestra scorrevole, utilizzando il seguente test per valutare la presenza di una sorgente:

$$\frac{\sum_{i=1}^m \sigma_i^2 - mN}{\sqrt{2mN}} \geq A$$

La Figura 7.5 mostra il segnale registrato r_2 [8], composto dalla sovrapposizione parziale di due segnali di modo S, la Figura 7.6 mostra l'andamento dei valori singolari calcolati con la finestra scorrevole sul segnale, si notano gli intervalli in cui è presente solo un segnale $[t_1 : t_2]$ e $[t_3 : t_4]$ e l'intervallo centrale in cui sono presenti due segnali sovrapposti $[t_2 : t_3]$.

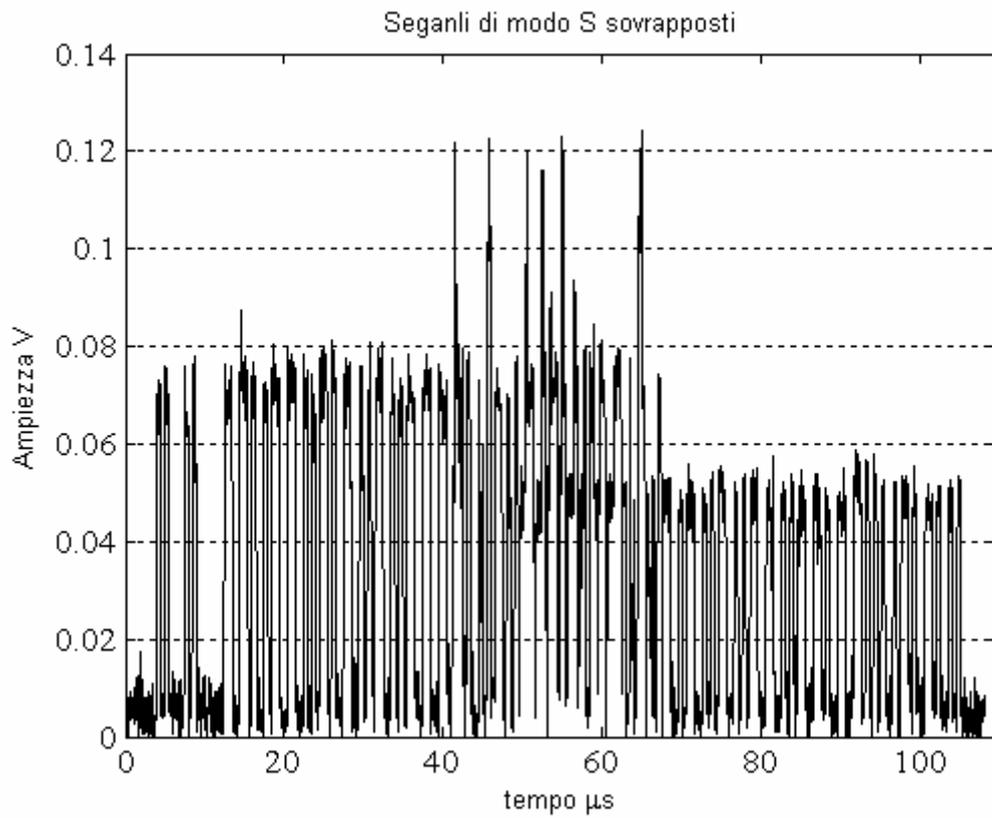


Figura 7.5: Involuppo del segnale r_2

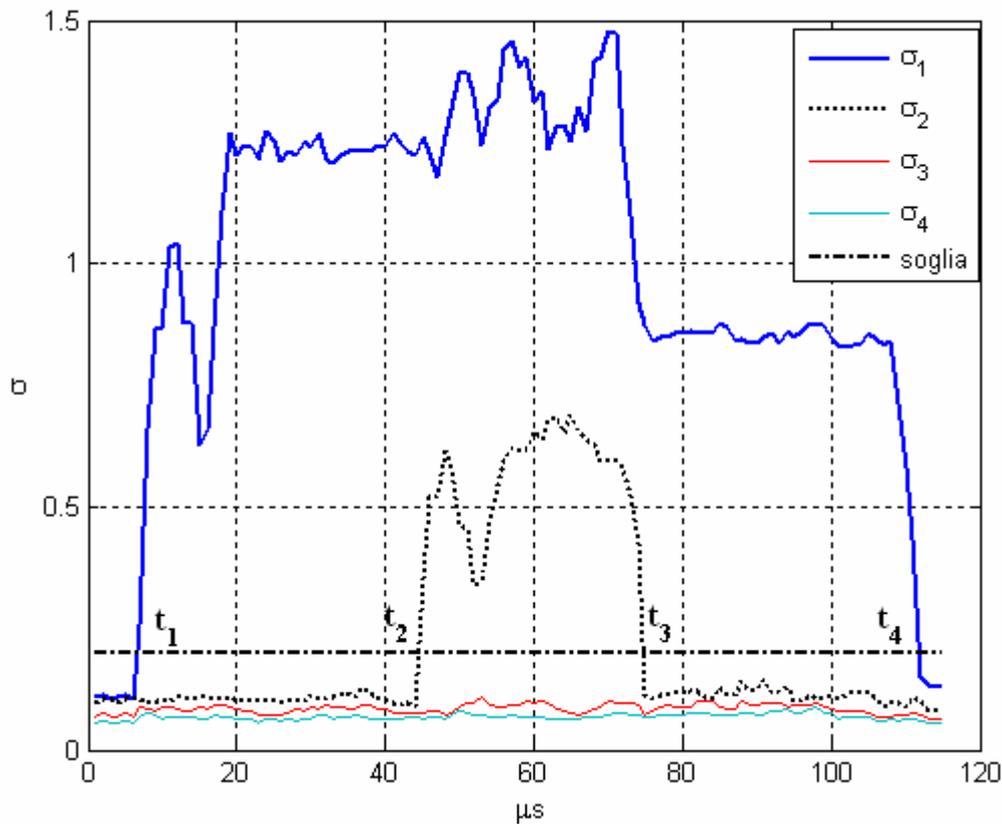


Figura 7.6: SVD con finestra scorrevole sul segnale r_2

7.2. Limitazioni angolari

L'algoritmo PA è basato su tre passi fondamentali: i) rivelazione del numero di sorgenti, ii) stima della matrice di mixing, iii) matrice di *beamforming* tramite inversione della matrice di mixing. I passi i) e iii) dipendono dalle caratteristiche della matrice di mixing dei segnali ricevuti: se la matrice di mixing \mathbf{M} è mal condizionata (ad esempio a causa di due sorgenti provenienti da direzioni molto vicine) la stima del numero di sorgenti può non essere accurata, o la stessa matrice potrebbe non essere invertibile. Nel seguito sono analizzate le rivelazione dei segnali e l'inversione della matrice \mathbf{M} in funzione della separazione angolare delle sorgenti.

A. Rivelazione delle sorgenti

Se le direzioni di arrivo di due sorgenti sono troppo vicine, sarà impossibile rivelare la presenza di due segnali sovrapposti. Si consideri l'utilizzo di una array ideale, per il quale $\mathbf{M} = \mathbf{A}\mathbf{G}$, dove \mathbf{A} è la matrice della risposta dell'array, e \mathbf{G} è la matrice diagonale con i guadagni delle sorgenti, la matrice di covarianza del segnale ricevuto \mathbf{x} è pari a:

$$\mathbf{R}_x = E\{\mathbf{x}^H \mathbf{x}\} = \mathbf{A} \mathbf{R}_s \mathbf{A}^H + \sigma^2 \mathbf{I}_d,$$

dove \mathbf{R}_s è la matrice di covarianza del segnale, di dimensioni $d \times d$. Sviluppando il calcolo del polinomio caratteristico della matrice di covarianza in funzione di λ , $P_\lambda = |\mathbf{R}_x - \lambda \mathbf{I}_d|$, nel caso di due sorgenti con potenza P_i , direzione di arrivo θ_i , e array di *steering* \mathbf{a}_i , si ottiene:

$$P_\lambda = (\sigma^2 - \lambda)^{m-2} \begin{vmatrix} P_1 + \sigma^2 - \lambda & \mathbf{a}_1^H \mathbf{a}_2 P_1 \\ \mathbf{a}_2^H \mathbf{a}_1 P_2 & P_2 + \sigma^2 - \lambda \end{vmatrix}$$

dove σ^2 è l'autovalore di ordine $m-2$, e dal calcolo del determinante si ottengono gli altri autovalori:

$$\lambda_i = \frac{P_1 + P_2}{2} + \sigma^2 \pm \sqrt{\frac{(P_1 - P_2)^2}{4} + P_1 P_2 \|\mathbf{a}_1^H \mathbf{a}_2\|^2}, \text{ per } i=1,2$$

quindi gli autovalori sono confrontati con una soglia: $\lambda_i > c \sigma^2$, con c costante dipendente dal rate di falso allarme scelto. Con questo criterio, due sorgenti di pari potenza, con un SNR basso (< 10 dB), devono avere una separazione angolare pari ad almeno 12° per essere rivelate.

B. Inversione

Assunto il modello dei dati $\mathbf{X} = \mathbf{M} \mathbf{S} + \mathbf{N}$, la matrice di *beamforming* è ottenuta dalla pseudo-inversa di \mathbf{M} : $\mathbf{M}^\dagger = (\mathbf{M}^H \mathbf{M})^{-1} \mathbf{M}^H$; considerando invertibile la matrice di mixing stimata, si possono stimare le sorgenti nel seguente modo: $\hat{\mathbf{S}} = \mathbf{M}^\dagger \mathbf{X} = \mathbf{M}^\dagger \mathbf{M} \mathbf{S} + \mathbf{M}^\dagger \mathbf{N} = \mathbf{S} + \mathbf{M}^\dagger \mathbf{N}$. Quindi per stimare il rumore associato alle sorgenti separate, si deve stimare la matrice \mathbf{M}^\dagger .

Si considerino due sorgenti ricevute tramite un array uniforme perfettamente calibrato di m elementi, il primo prodotto della pseudo-inversa di \mathbf{M} è pari a:

$$(\mathbf{M}^H \mathbf{M})^{-1} = \frac{1}{m(1-|\alpha|^2)} \begin{bmatrix} 1 & -\alpha \\ -\alpha^* & 1 \end{bmatrix},$$

dove $\alpha = \frac{1}{m} \sum_{k=0}^{m-1} a_2^k a_1^k$, con $a_i = \exp(i\pi k \sin(\theta_i))$ per $i=1, 2$. Considerando le due sorgenti aventi la medesima potenza ($\mathbf{M}=\mathbf{A}$), il rumore delle sorgenti separate, al tempo t , è pari a:

$$\mathbf{M}^\dagger \mathbf{N} = \begin{bmatrix} n_1[t] \\ n_2[t] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{k=0}^{m-1} (a_1^{-k} - \alpha a_2^{-k}) n_k[t] \\ \sum_{k=0}^{m-1} (a_2^{-k} - \alpha a_1^{-k}) n_k[t] \end{bmatrix}.$$

Se il rumore in ingresso è spazialmente bianco, la potenza del rumore delle sorgenti separate è uguale per ogni sorgente e pari a:

$$\sigma_{out}^2 = \frac{1}{1-|\alpha|^2} \frac{\sigma_{in}^2}{m}$$

dove $|\alpha|^2$ è il quadrato della funzione di Airy definita nel seguente modo:

$$|\alpha|^2 = \frac{\sin^2\left(\frac{\pi m}{2}[\sin\theta_1 - \sin\theta_2]\right)}{m^2 \sin^2\left(\frac{\pi}{2}[\sin\theta_1 - \sin\theta_2]\right)}$$

La potenza di rumore delle sorgenti separate dipende quindi dalla potenza di rumore in ingresso, ed anche dagli angoli di arrivo dei segnali. Se gli angoli di arrivo tendono allo stesso valore, il rumore delle sorgenti separate tende ad infinito. Per direzioni di arrivo ortogonali si ottiene il valore minimo, con un rumore pari a $1/m$. La Figura 7.7 mostra il guadagno del rumore in funzione della differenza tra gli angoli di arrivo dei segnali, mostrando tre casi: $\theta = 0^\circ$, 45° e 90° .

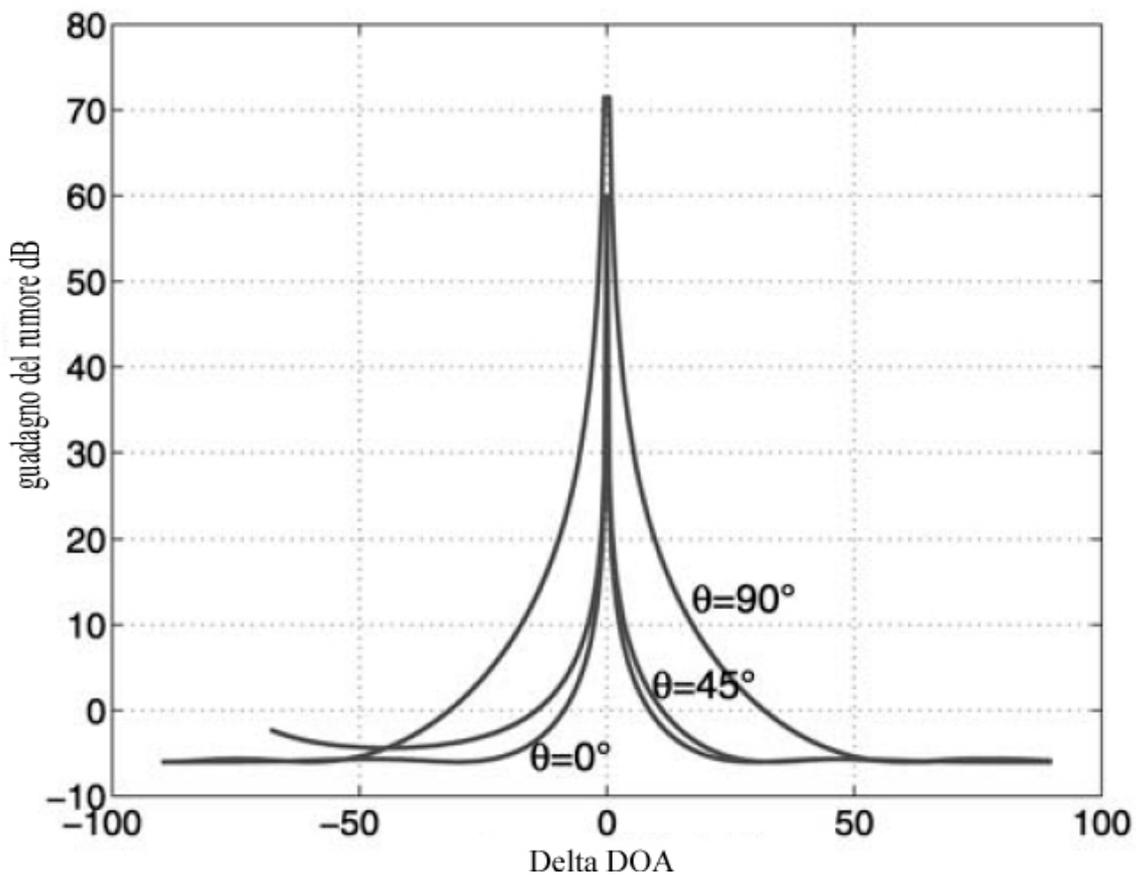


Figura 7.7: Guadagno di rumore in funzione della differenza tra gli angoli di arrivo

7.3.Prestazioni PA

In questa sezione sono presentati i risultati dell'analisi delle performance dell'algoritmo PA. Le prove sono state svolte utilizzando segnali registrati nell'ambito del lavoro [8], in modalità semi-sintetizzata. Il sistema di ricezione dei segnali è composto da una array lineare ed uniforme di quattro elementi, connesso ad un fronte-end di altrettanti canali lineari analogici, acquisiti direttamente a IF (0 MHz), dalla sezione digitale con una frequenza di campionamento di 50 Msamples/s. Per modalità semi-sintetizzata si intende la somma coerente di due segnali, estratti privi di interferenze dai file delle registrazioni [8] e opportunamente trattati, per ottenere un segnale composto dalla sovrapposizione di due sorgenti. Ciò è stato possibile grazie al comportamento lineare del sistema di acquisizione nella dinamica dei segnali ricevuti, che permette di considerare la somma coerente di due segnali alla stregua di un segnale reale. In particolare gli strumenti a disposizione [41] permettono di generare segnali composti dalla sovrapposizione di più sorgenti, convenzionali e di modo S, variando secondo le necessità i ritardi temporali relativi, la frequenza della portante di ciascuna sorgente, il rapporto in potenza tra le sorgenti e il SNR finale. I test sono stati effettuati analizzando le performance in funzione dei parametri relativi a: grado di sovrapposizione delle sorgenti, SNR e rapporto in potenza tra le sorgenti.. Inoltre conoscendo i segnali delle sorgenti prima della sovrapposizione, e quindi il loro contenuto informativo, è stato possibile valutare il numero di errori in fase di decodifica. I risultati sono stati messi a confronto con quelli ottenuti con l'algoritmo MDA [7], [37], JADE [32] e con un ricevitore standard [5], anche provvisto di filtro adattato [11]. L'algoritmo JADE si basa sull'indipendenza statistica delle sorgenti utilizzando i momenti di ordine quarto del segnale ricevuto, l'algoritmo MDA, di tipo deterministico, sfrutta le proprietà della modulazione PPM del blocco dati di modo S per costruire i *beamformer* delle sorgenti.

Ritardo temporale

La prima analisi svolta è rivolta alla valutazione delle prestazioni in funzione del ritardo temporale tra le due sorgenti sovrapposte. A tale scopo sono stati generati 294 segnali composti da due sorgenti, astenendo fisso a 1 il loro rapporto in potenza, pari a 20 dB il SNR, e inalterata la frequenza della portante, mentre il ritardo temporale è stato fatto variare nell' intervallo $[0 : 7] \mu s$. La probabilità di separazione è calcolata considerando che l'algoritmo fallisce se uno o entrambi i segnali sono decodificati con più di 24 bit errati (limite di correzione degli errori). Il ricevitore convenzionale non può decodificare il secondo segnale, quindi i risultati presentati si riferiscono

alla sola decodifica del primo segnale della sovrapposizione. La Figura 7.8 mostra la *failure rate* (il complemento a 1 della probabilità di separazione) ottenuta in funzione del ritardo temporale.

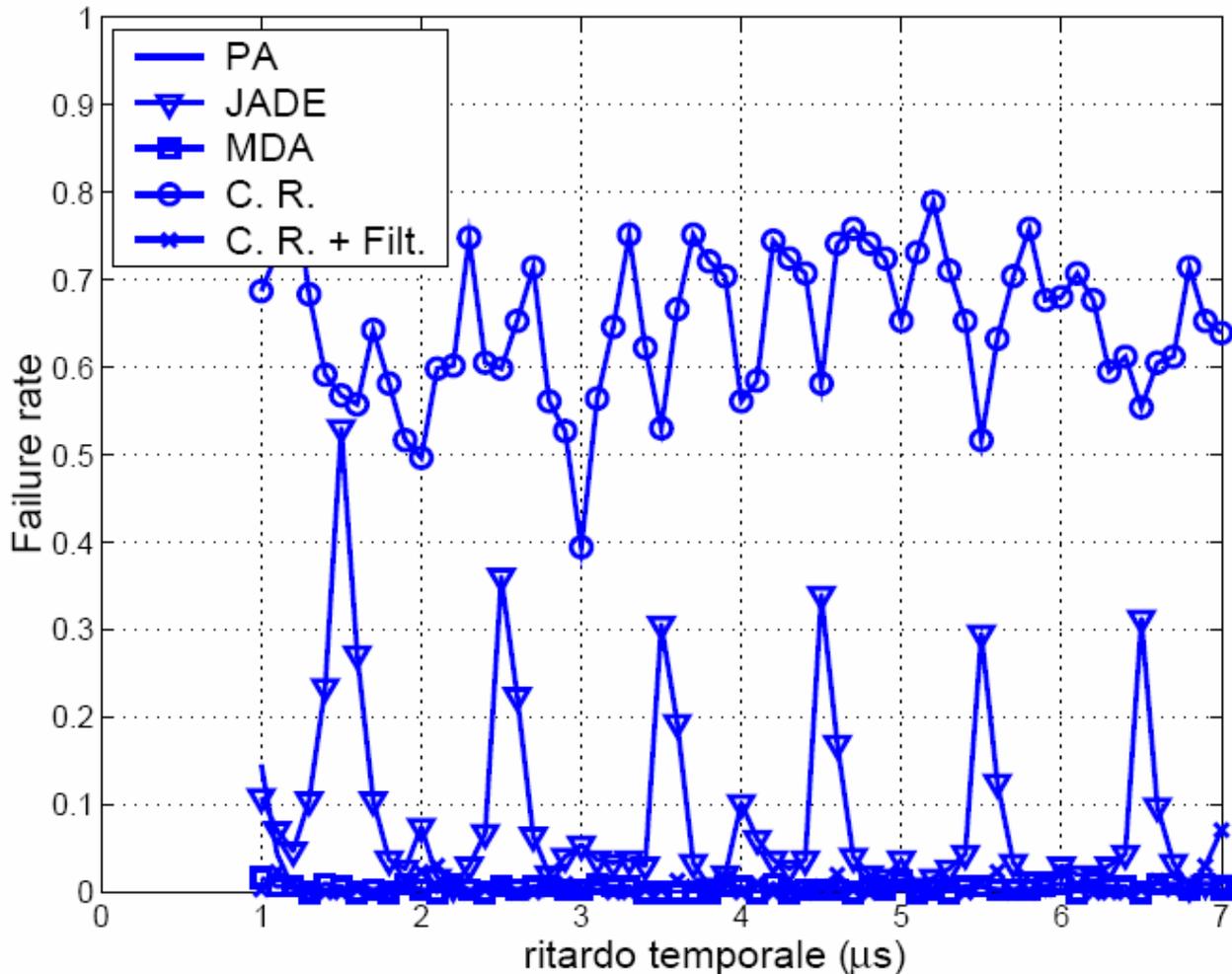


Figura 7.8: Failure rate in funzione del ritardo temporale tra i segnali sovrapposti

L'algoritmo JADE non presenta una buona probabilità di separazione, la spiegazione si può trovare in [20], per questo motivo non sarà più considerato nelle altre analisi. Il ricevitore standard, i cui risultati sono mostrati con cerchi piccoli sulla curva, mostra una *failure rate* peggiore molto alta, ovviamente non è stato implementato per lavorare in casi di sovrapposizione. Anche se non è visibile nella figura, l'algoritmo PA ha una probabilità di separazione nulla per ritardi temporali inferiori a $1,2 \mu\text{s}$, poiché i supporti temporali su cui stimare i vettori delle sorgenti sono troppo limitati. Nell'intervallo successivo, $[1,3 : 7] \mu\text{s}$, mostra invece una probabilità di separazione media pari al 99,997 %. Risultati simili sono stati ottenuti per il MDA (99,99516 %) ed il ricevitore con filtro adattato (99,9946 %). La Figura 7.9 mostra il numero medio di bit errati per ciascuna sorgente, ottenuti dalla decodifica dei segnali sovrapposti in funzione del ritardo temporale.

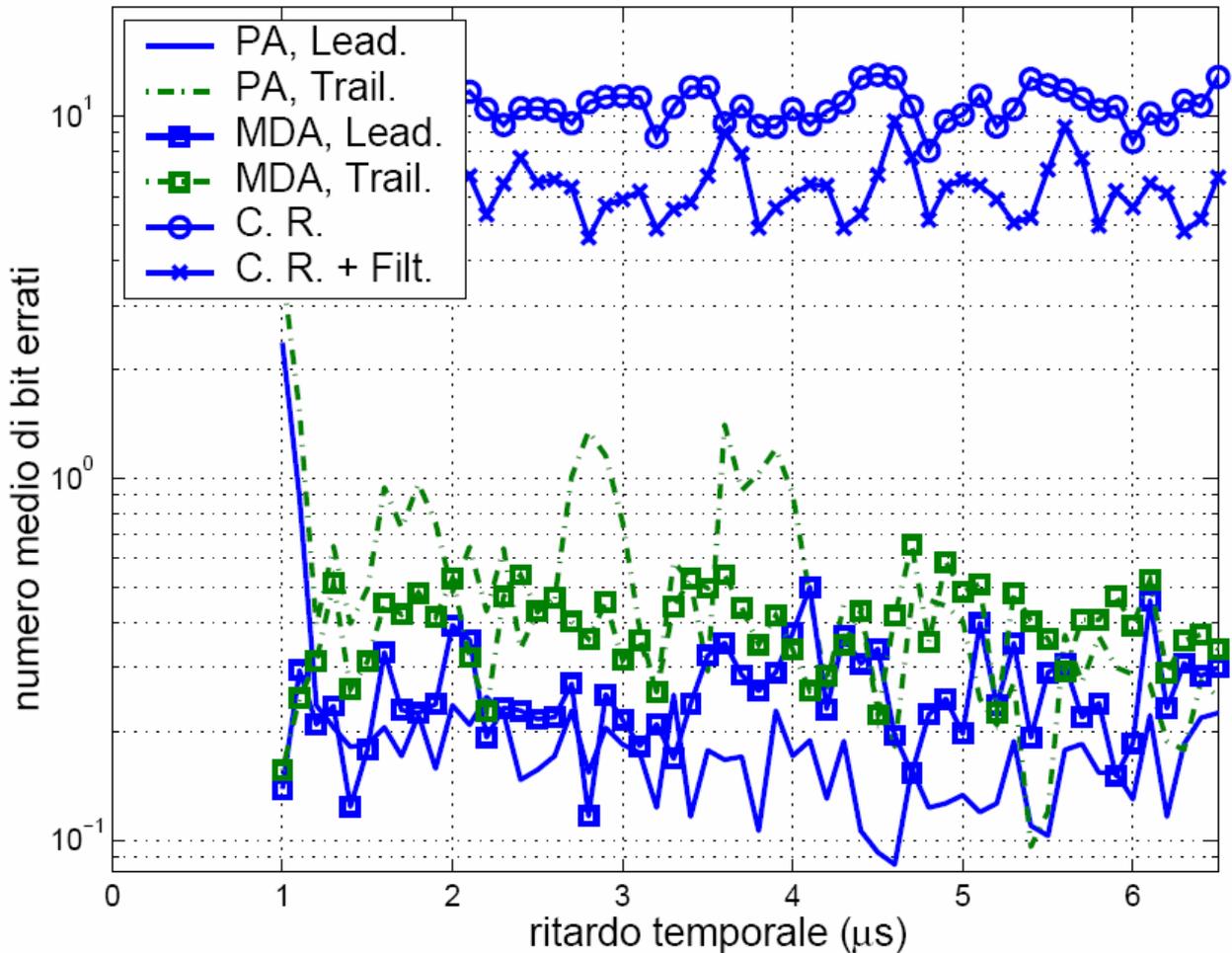


Figura 7.9: Numero medio di bit errati per ciascuna sorgente, in funzione del ritardo tra i segnali

Ovviamente in termini di numero di bit errati, il ricevitore standard presenta i risultati peggiori, oltre alla possibilità di poter rivelare e decodificare solo il primo segnale. Il PA presenta un numero medio limitato di errori per ritardi temporali superiori a $1,2 \mu\text{s}$, relativamente al primo segnale, mentre per il secondo segnale in ordine temporale, il numero medio di errori diminuisce a valori simili agli altri algoritmi per ritardi temporali superiori a $4 \mu\text{s}$. Da notare, che comunque, mediamente il numero di bit errati è inferiore ad uno.

SNR

La seconda analisi condotta, ha studiato l'influenza del SNR sul funzionamento degli algoritmi. Per i test sono stati generati segnali sovrapposti con un SNR compreso nel *range* $[1 : 24]$ dB, un ritardo temporale fisso a $6 \mu\text{s}$, lasciando la potenza dei segnali inalterata. Il numero di segnali sovrapposti varia da 12 per un SNR di 24 dB, a 6968 per un SNR di 1 dB. La Figura 7.10 mostra i risultati ottenuti in termini di *failure rate* degli algoritmi.

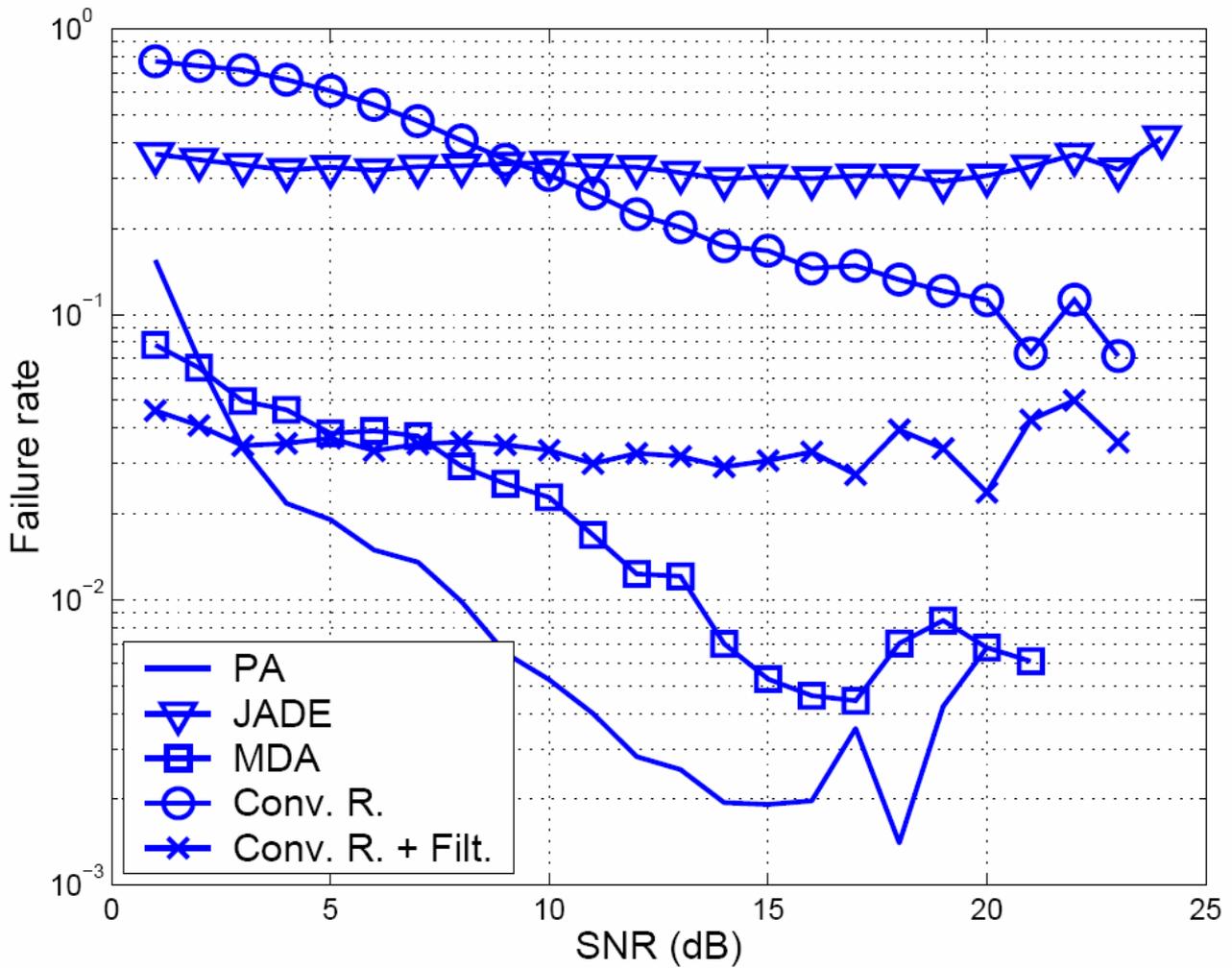


Figura 7.10: Failure rate in funzione del SNR dei i segnali sovrapposti

Anche l'analisi in funzione del SNR mostra i limiti dell'algoritmo JADE. Gli algoritmi PA e MDA presentano una *failure rate* migliore rispetto al ricevitore standard. Inoltre le curve del PA e del MDA sono troncate a 21 dB, poiché da quel punto in poi la *failure rate* degli algoritmi è nulla. La Figura 7.11 mostra i risultati dell'analisi del SNR, in termini di numero medio di bit errati dalla decodifica. Sotto le condizioni dell'analisi, sia il PA che il MDA presentano risultati buoni, mostrando le medesime prestazioni sia sul primo che sul secondo segnale sovrapposto.

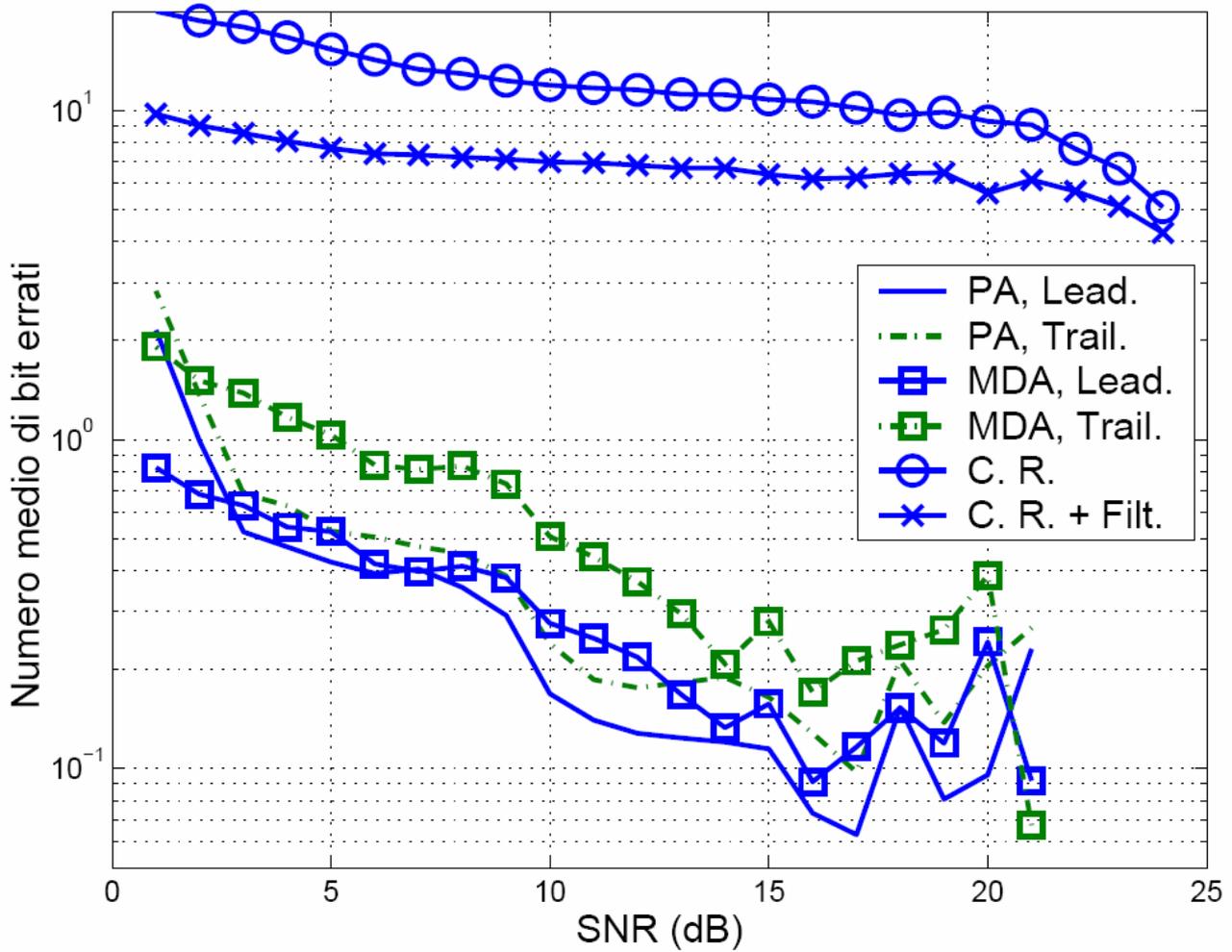


Figura 7.11: Numero medio di bit errati per ciascuna sorgente, in funzione del SNR del segnale

Rapporto in potenza tra le sorgenti

L'ultimo test è stato svolto con l'intento di valutare le performance del PA in funzione del rapporto in potenza tra le sorgenti sovrapposte. I segnali di prova sono stati generati mantenendo il SNR della seconda sorgente pari a 15 dB, e variando il SNR della prima sorgente in modo da ottenere un rapporto tra le due sorgenti, variabile nell'intervallo [-10 : 10] dB. Il ritardo temporale tra le due sorgenti è fissato pari a 6 μ s. La Figura 7.12 mostra i risultati ottenuti in termini di *failure rate* degli algoritmi.

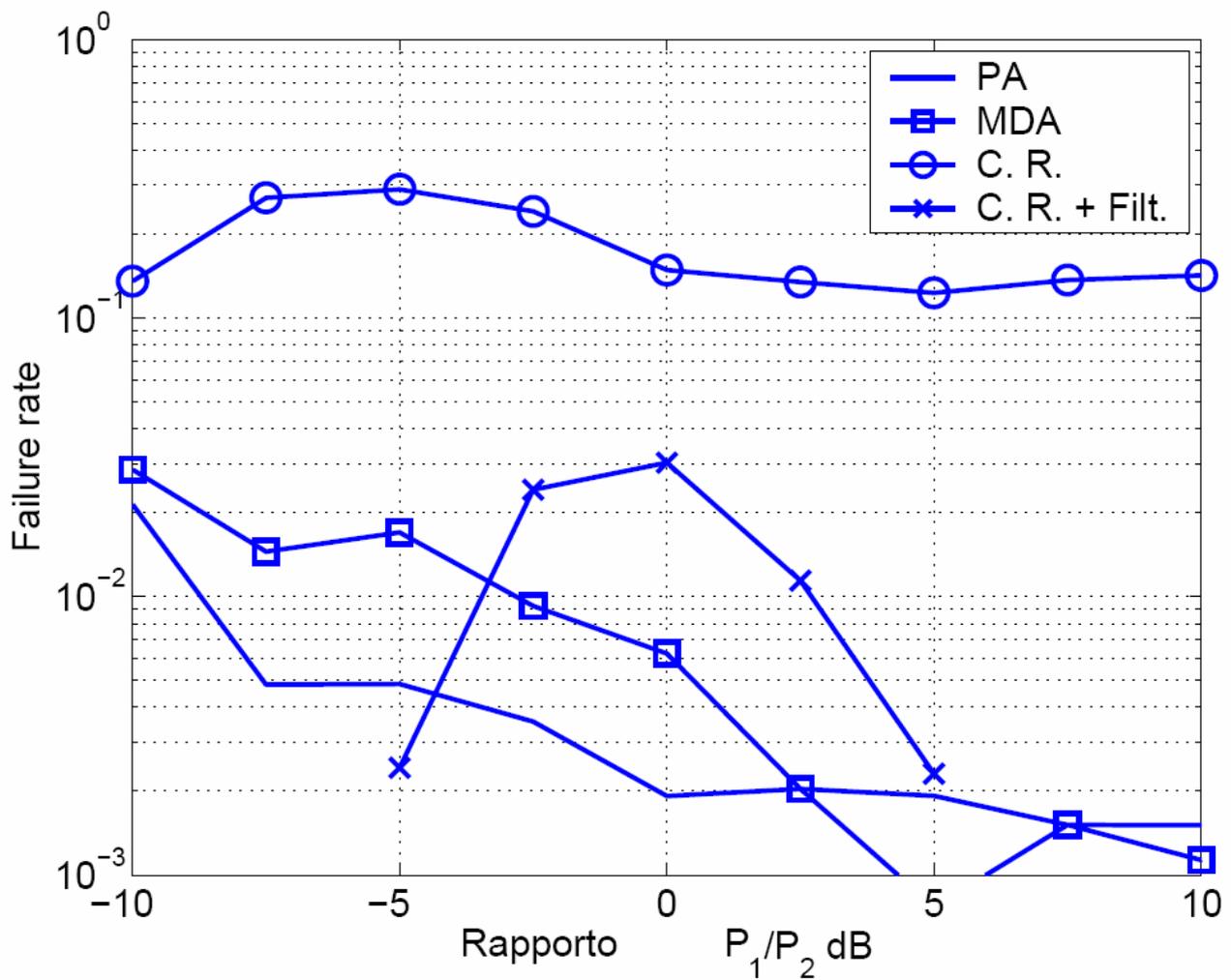


Figura 7.12: Failure rate in funzione del rapporto in potenza tra le sorgenti sovrapposte

I risultati ottenuti mostrano che il ricevitore standard non risente particolarmente del rapporto in potenza tra le sorgenti. Al contrario, il ricevitore standard dotato di filtro adattato, raggiunge buone prestazioni quando una delle due sorgenti prevale in potenza sull'altra. Infine gli algoritmi PA e MDA presentano prestazioni simili, che migliorano con l'aumento di potenza della prima sorgente. La Figura 7.13 mostra i risultati in termini di numero medio di bit errati in fase di decodifica di ciascuna sorgente. A differenza dei primi due test, in questo caso gli errori di decodifica tra la prima e la seconda sorgente, avendo un SNR relativo differente, possiedono andamenti differenti. I risultati mostrano la possibilità utilizzando il PA, di rilevare e decodificare un segnale, anche se parzialmente sovrapposto da un altro di potenza più elevata.

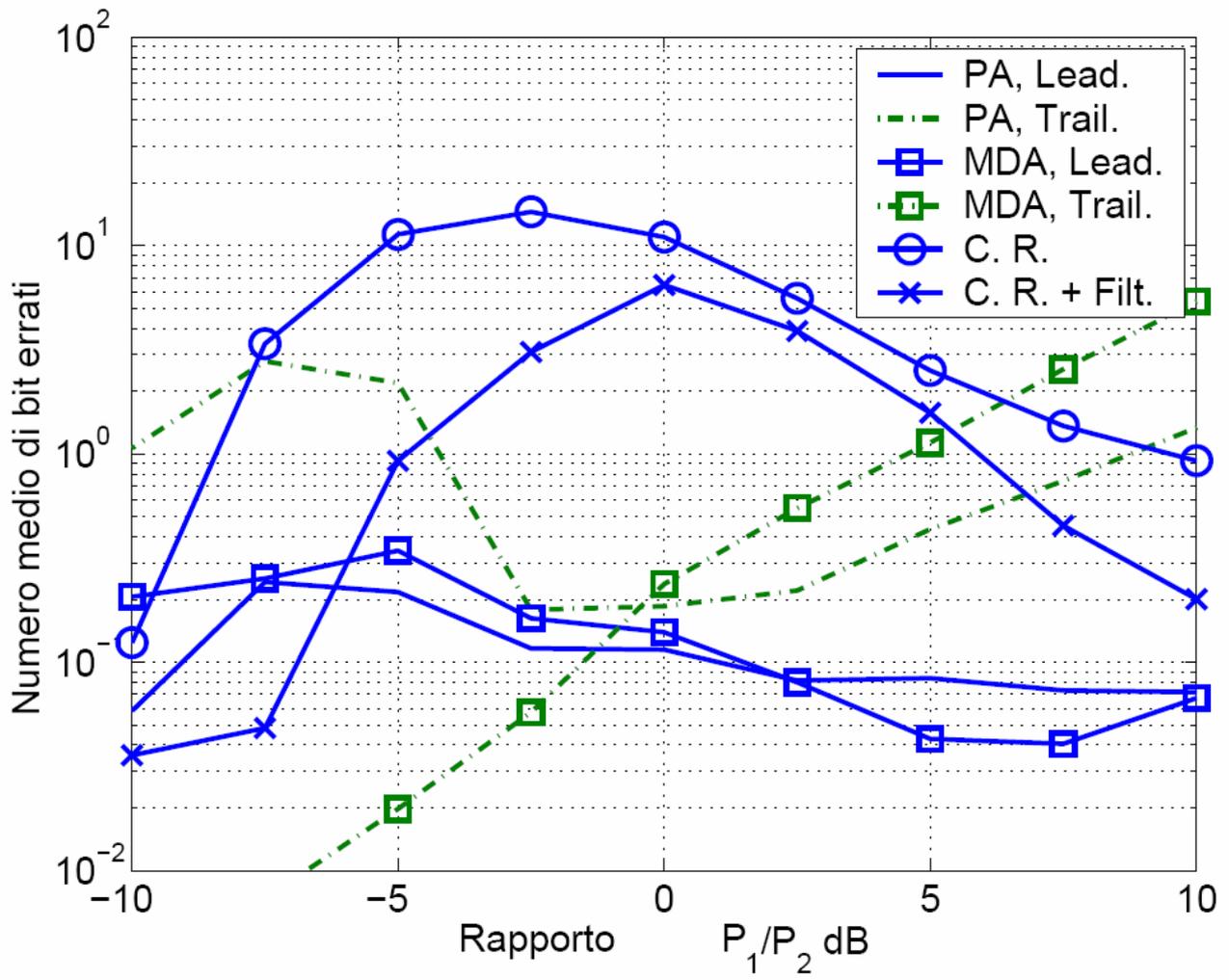


Figura 7.13: Numero di bit errati in funzione del rapporto in potenza tra le sorgenti sovrapposte

8. EPA – Extended Projection Algorithm

L'algorithmo PA mostra i limiti, oltre che nelle separazioni angolari tra le sorgenti, anche nel numero massimo di sorgenti separabili, pari a due. L'algorithmo EPA è stato implementato per far fronte ai casi in cui si riceva un segnale composto da più di due sorgenti, compresi i casi in cui un segnale sia interamente contenuto in un altro, come ad esempio un segnale convenzionale contenuto internamente ad un segnale di modo S, o un segnale di modo S contenuto all'interno di un segnale di modo S lungo, come mostrato in Figura 8.1. L'EPA è un algoritmo ricorsivo basato sulla riduzione delle dimensioni del sottospazio di segnale ed estrazione dei segnali presenti, uno ad uno. Il modello per la rappresentazione dei dati è il medesimo già utilizzato per l'esposizione dell'algorithmo PA: $\mathbf{X} = \mathbf{MS} + \mathbf{N}$.

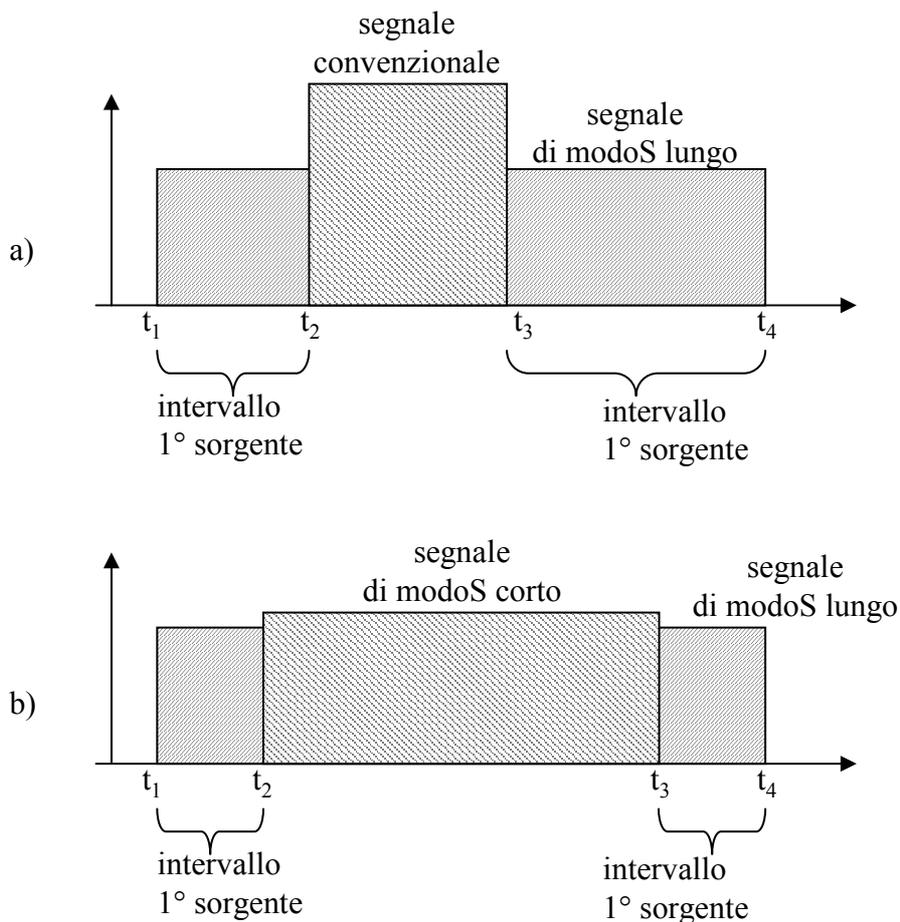


Figura 8.1: a) segnale convenzionale interamente contenuto in un segnale di modo S lungo, b) segnale di modo S corto interamente contenuto in un segnale di modo S lungo

Nei casi di sovrapposizione multipla di segnali distinti o nei casi in cui un segnale sia interamente contenuto in un altro, non è possibile stimare univocamente il vettore di mixing per ciascuna sorgente. L'algoritmo EPA può funzionare se $d \leq m$, con d numero di sorgenti e m numero di elementi dell'array, inoltre deve essere presente un supporto temporale in cui sia presente un solo segnale in modo da stimarne il relativo vettore di mixing. Il primo passo dell'algoritmo consiste nella rivelazione del numero di sorgenti e degli intervalli temporali in cui vi è cambiamento del numero di sorgenti, con lo stesso metodo utilizzato per il PA. Una volta acquisiti gli intervalli temporali e il numero di sorgenti presenti in essi, si procede ad una riduzione della dimensione del sottospazio del segnale ricevuto da m a d , tramite la proiezione di \mathbf{X} sul sottospazio \mathbf{V}_d (sottospazio di segnale). Il sottospazio di segnale è ottenuto tramite una SVD della matrice \mathbf{X} , nella quale sono considerati i d vettori singolari destri che corrispondono ai d valori singolari maggiori, corrispondenti alle sorgenti presenti [42], ottenendo:

$$\mathbf{V}_d = \tilde{\mathbf{M}}_d \mathbf{S} + \tilde{\mathbf{N}},$$

dove $\tilde{\mathbf{M}}_d$ è una matrice quadrata, $d \times d$, a rango pieno. A questo punto il metodo dell'algoritmo consiste nell'estrarre da \mathbf{V}_d un sottospazio di dimensioni $d-1$, contenente tutte le sorgenti, tranne quella con una parte non sovrapposta alle altre, e recuperare quest'ultima; l'applicazione ricorsiva di questo metodo permette, sotto alcune ipotesi, di recuperare tutte le sorgenti.

Il funzionamento dell'algoritmo EPA è basato sulla proposizione che permette la separazione di una sorgente dal sottospazio \mathbf{V}_d . Nel par. 8.1 si trova l'enunciato della proposizione e la relativa dimostrazione.

8.1.Proposizione sulla estrazione di una sorgente da un sottospazio di segnale

proposizione

Dati d segnali sovrapposti ricevuti da un array di m elementi, ed il relativo sottospazio di segnale \mathbf{V}_d , con $\mathbf{V}_d = \mathbf{M}_d \mathbf{S}$ (si omette il simbolo tilde $\tilde{}$ per semplificare la notazione) nel caso ideale di assenza di rumore. Assumendo:

- A1) \mathbf{M}_d , sia una matrice $d \times d$, a rango pieno ben condizionata (conditioning number < 10),
 - A2) almeno una sorgente abbia un supporto temporale, tale da poter essere rivelato, in cui non è sovrapposta,
 - A3) la sorgente con parte non sovrapposta sia ortogonale alle altre,
 - A4) \mathbf{S} sia una matrice $d \times N$ a rango pieno, N numero di campioni,
- si ha:

- a) da A1-2) è possibile estrarre un sottospazio di dimensioni $d-1$ che contiene le rimanenti $d-1$ sorgenti,
 b) da A3-4) è possibile recuperare la prima sorgente

dimostrazione della proposizione:

da A2), è possibile stimare il vettore di mixing \mathbf{m}_1 della sorgente che presenta una parte non sovrapposta. Si definisce la matrice \mathbf{P} , base per lo spazio vettoriale \mathbb{C}^d , dove il primo vettore è

$$\frac{\mathbf{m}_1}{\|\mathbf{m}_1\|} :$$

$$\mathbf{P} = \left[\begin{array}{c} \mathbf{m}_1 \\ \frac{\mathbf{m}_1}{\|\mathbf{m}_1\|} \mathbf{w}_2 \mathbf{w}_3 \cdots \mathbf{w}_d \end{array} \right]$$

nella quale i vettori \mathbf{w}_i sono i beamformer della sorgente i^{ma} , con $i=2, 3, \dots, d$. In base alle ipotesi fatte si ha $\mathbf{w}_i^H \mathbf{m}_1 = 0, \forall i=2,3,\dots,d$.

Si definisce la matrice \mathbf{P}_{d-1} , composta dalle ultime $d-1$ colonne di \mathbf{P} . La matrice \mathbf{V}_{d-1} , di dimensioni $d-1 \times N$, contenente le rimanenti $d-1$ sorgenti, si ottiene dal seguente prodotto:

$$\mathbf{V}_{d-1} = \mathbf{P}_{d-1}^H \mathbf{V}_d = \mathbf{P}_{d-1}^H \mathbf{M}_d \mathbf{S}.$$

Dalle definizioni e dalle ipotesi si ha:

$$\mathbf{P}_{d-1}^H \mathbf{M}_d = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_2^H \\ - \\ \vdots \\ - \\ \mathbf{w}_d^H \end{bmatrix} \cdot \left[\begin{array}{c|c|c|c} \mathbf{m}_1 & \mathbf{m}_2 & \cdots & \mathbf{m}_d \end{array} \right] = \begin{bmatrix} 0 & * & \dots & * \\ \vdots & \vdots & * & \vdots \\ 0 & * & \dots & * \end{bmatrix}.$$

Quindi:

$$\mathbf{V}_{d-1} = \mathbf{P}_{d-1}^H \mathbf{M}_d \mathbf{S} = \mathbf{P}_{d-1}^H \mathbf{M}_{d-1} \begin{bmatrix} \mathbf{s}_2 \\ - \\ \vdots \\ - \\ \mathbf{s}_1 \end{bmatrix} = \mathbf{P}_{d-1}^H \mathbf{M}_{d-1} \mathbf{S}_{d-1},$$

dove \mathbf{S}_{d-1} è la matrice contenente le ultime $d-1$ righe di \mathbf{S} , e \mathbf{M}_{d-1} è la matrice contenente le ultime $d-1$ colonne di \mathbf{M} . Da questi passaggi è dimostrato che è possibile estrarre un sottospazio \mathbf{V}_{d-1} con le $d-1$ sorgenti esclusa la sorgente rivelata con parte libera da sovrapposizioni.

Di seguito la dimostrazione che $\mathbf{P}_{d-1}^H \mathbf{M}_{d-1}$ è una matrice quadrata a rango pieno. Da A1), \mathbf{P}^H e \mathbf{M}_d sono matrici quadrate a rango pieno, quindi il determinante del loro prodotto è non nullo:

il prodotto tra \mathbf{P}^H e \mathbf{M}_d è il seguente:

$$\mathbf{P}^H \mathbf{M}_d = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_1 \\ \|\mathbf{m}_1\| \\ \mathbf{w}_2^H \\ \vdots \\ - \\ \mathbf{w}_d^H \end{bmatrix} \cdot [\mathbf{m}_1 \mid \mathbf{m}_2 \mid \dots \mid \mathbf{m}_d] = \begin{bmatrix} \|\mathbf{m}_1\| & * & \dots & * \\ 0 & * & \dots & * \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & * & \dots & * \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \|\mathbf{m}_1\| & * & \dots & * \\ 0 & \begin{bmatrix} - & \end{bmatrix} \\ \vdots & \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{d-1}^H \mathbf{M}_{d-1} \\ \end{bmatrix} \\ 0 & \begin{bmatrix} - & \end{bmatrix} \end{bmatrix}.$$

Dalle proprietà dei determinanti delle matrici [12], si ottiene che il determinante della matrice $\mathbf{P}^H \cdot \mathbf{M}_d$ è il seguente:

$$|\mathbf{P}^H \mathbf{M}_d| = \|\mathbf{m}_1\| \cdot |\mathbf{P}_{d-1}^H \mathbf{M}_{d-1}|,$$

poiché il determinante del prodotto tra \mathbf{P}^H e \mathbf{M}_d è non nullo, e la norma del vettore \mathbf{m}_1 è non nulla, ne segue che il determinante $|\mathbf{P}_{d-1}^H \mathbf{M}_{d-1}|$ è non nullo, a dimostrazione che $\mathbf{P}_{d-1}^H \mathbf{M}_{d-1}$ è una matrice quadrata a rango pieno. Il punto a) della proposizione è completamente dimostrato. A dimostrazione del punto b), sia \mathbf{u}_1 il vettore riga ottenuto da:

$$\mathbf{u}_1 = \mathbf{m}_1^H \mathbf{V}_d = \|\mathbf{m}_1\|^2 \mathbf{s}_1 + \mathbf{m}_1^H \mathbf{M}_{d-1} \mathbf{S}_{d-1}.$$

Si definisce la matrice \mathbf{U} nel seguente modo:

$$\mathbf{U} = [\mathbf{V}_{d-1}^T \mathbf{u}_1^T] = [\mathbf{s}_2^T \dots \mathbf{s}_d^T \mid \mathbf{s}_1^T] \begin{bmatrix} |\mathbf{P}_{d-1}^H \mathbf{M}_{d-1}| & |\mathbf{m}_1^H \mathbf{M}_{d-1}| \\ \hline 0 \dots 0 & \|\mathbf{m}_1\|^2 \end{bmatrix}.$$

Da A4), se \mathbf{S} è a rango pieno ed il secondo termine composto è a rango pieno, anche la matrice \mathbf{U} è a rango pieno. Applicando l'ortogonalizzazione di Gram-Schmidt ai vettori di \mathbf{U} si rimuovono i contributi di \mathbf{s}_i , con $i=2, 3, \dots, d$, l'ultimo vettore di output risulterà ortogonale ai primi e proporzionale a \mathbf{s}_1 . In pratica questo passo viene realizzato tramite la decomposizione QR della matrice $[\mathbf{V}_{d-1}^T \mathbf{u}_1^T]$ che restituisce la sorgente \mathbf{s}_1 .

Fine dimostrazione della proposizione.

La detezione del numero di sorgenti e loro temporizzazione, necessita della stima del rumore per il test statistico. La deviazione standard del rumore viene stimata su un intervallo nel quale 1) non c'è cross-correlazione tra i canali, 2) ogni canale abbia un indice di simmetria (skewness) e curtosi (kurtosis) pari a zero, e 3) ogni canale presenta una autocorrelazione che approssimi una funzione di Dirac. I vincoli sulla scelta dell'intervallo su cui stimare il rumore, assicurano che non ci sia un contributo, anche minimo, dovuto a sorgenti di segnale.

Di seguito lo schema riassuntivo dei passi dell'algorithm:

step	
1	come per l'algorithm PA, viene applicata una finestra scorrevole di durata pari a $8 \mu s$ e passo di $2 \mu s$ sulla matrice dati \mathbf{X} calcolando la SVD
2	In ogni slot della finestra scorrevole è rivelato il numero di sorgenti tramite un <i>whiteness</i> test [40], definendo così gli intervalli in cui vi è una variazione del numero di sorgenti ed il relativo timing: <ul style="list-style-type: none"> a) se esiste almeno un intervallo con una sola sorgente si applica la proposizione del par. 8.1 sull'intervallo con il primo valore singolare maggiore. Passo 3 b) se ci sono intervalli solo con zero sorgenti o più di una sorgente, si seleziona l'intervallo nel quale sono presenti più sorgenti, e con la maggior differenza tra il primo ed il secondo valore singolare. Si applica la proposizione del par. 8.11. Passo 3 c) se non ci sono sorgenti l'algorithm finisce
3	La sorgente estratta tramite la proposizione del par. 8.1, nel passo 2, viene tenuta da parte. Il sottospazio residuo [proposizione 8.1, passo a)] viene utilizzato come input del passo 1.

La Figura 8.2 mostra il risultato del passo 2 sul segnale w_5 [8], si nota che l'algorithm ha rivelato 6 intervalli: nel primo e nell'ultimo non ci sono sorgenti, nel secondo e nel quarto ci sono 2 sorgenti, nel terzo e nel quinto una sorgente.

Nell'algorithm EPA, la finestra scorrevole ha una durata doppia rispetto all'algorithm PA, questa scelta è giustificata dalla possibilità di ottenere una stima migliore per il test effettuato al passo 2. Il passo 2 b) prevede, nel caso in cui non vi sia alcuna sorgente con una parte non sovrapposta, di selezionare l'intervallo con la maggior differenza tra il primo ed il secondo valore singolare. In questo modo si stima il vettore di mixing della sorgente che presenta la potenza maggiore rispetto alle altre, presupponendo che l'errore di stima sia contenuto se le sorgenti interferenti sono a potenza più bassa.

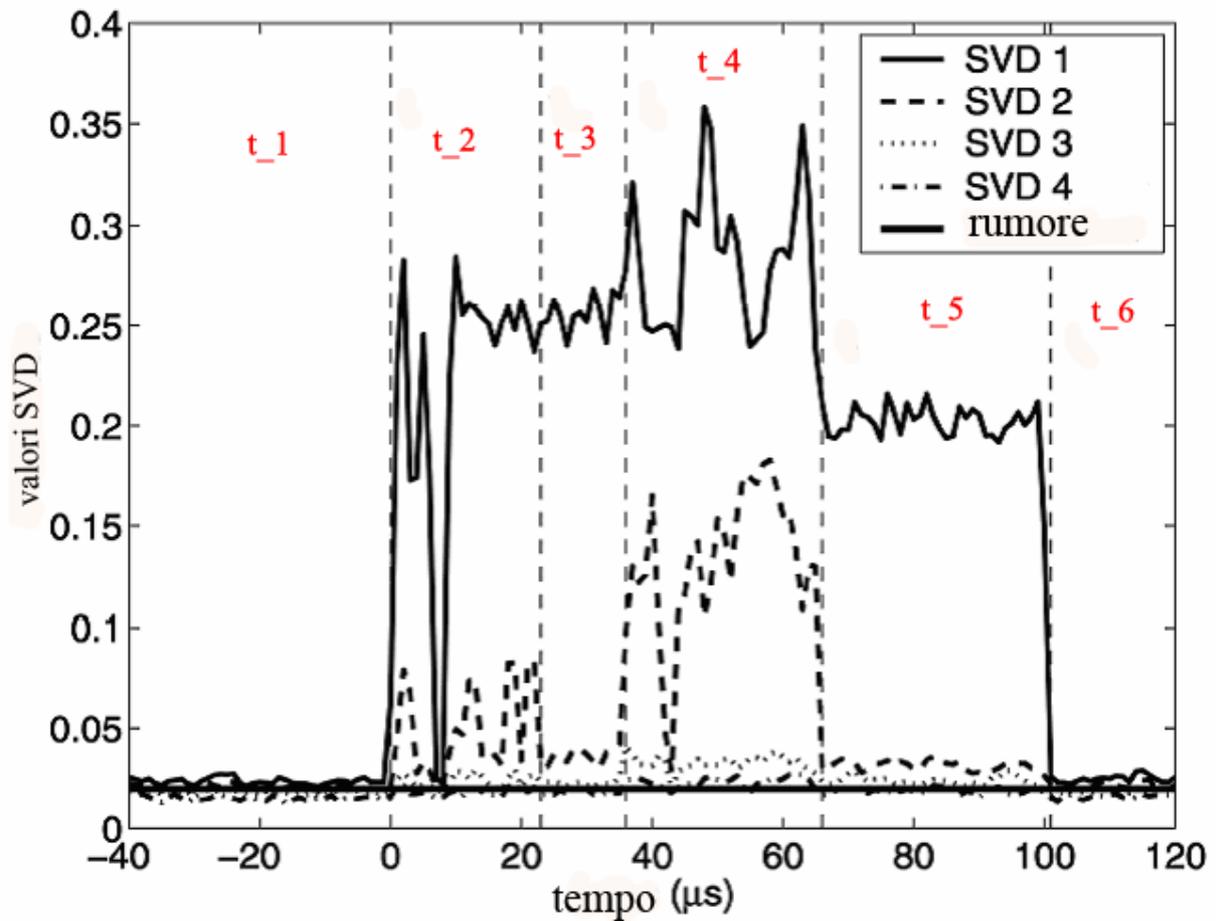


Figura 8.2: Risultato della finestra scorrevole sul segnale w_5

L'algoritmo EPA, è in grado di separare tutte le sorgenti presenti nel segnale w_5 , cosa non possibile con il PA ved. par. 7. La Figura 8.3 mostra la separazione corretta di due segnali di modo S ed un segnale convenzionale, ottenuta con l'EPA, mentre l'involuppo del segnale originario w_5 è mostrato nella Figura 7.3.

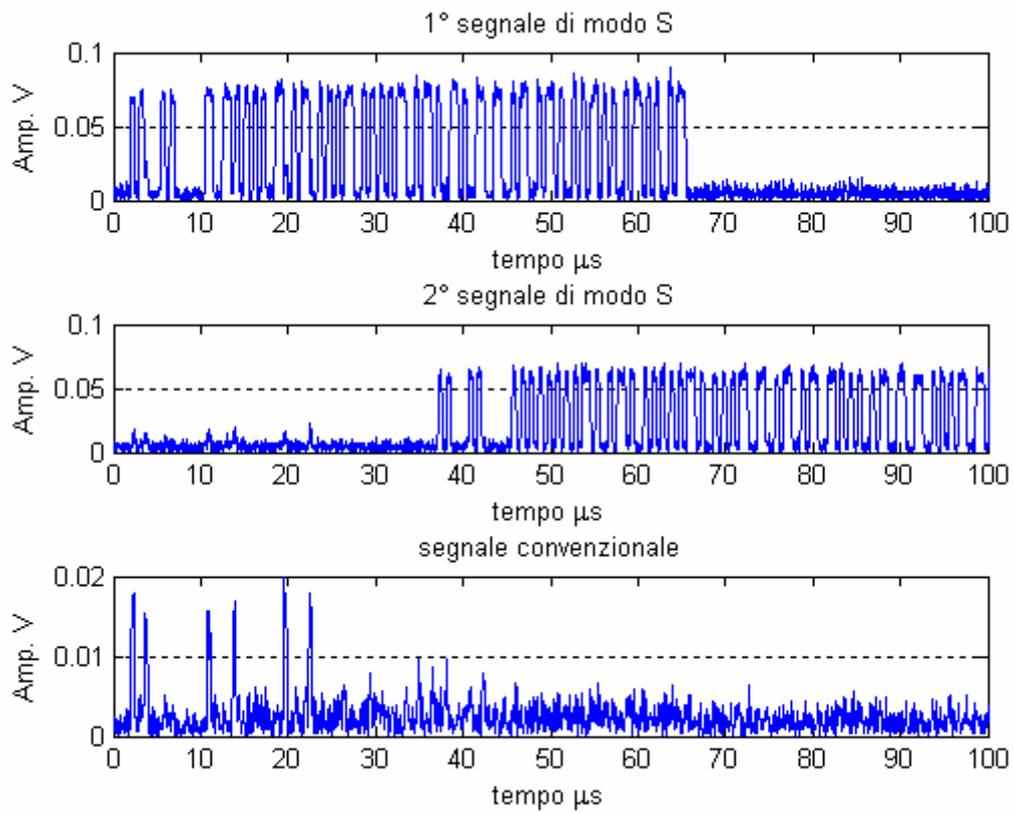


Figura 8.3: Segnali di modo S e convenzionale separati dal segnale ω_5

8.2.Prestazioni EPA

Per valutare le prestazioni dell'algoritmo EPA, sono stati utilizzati segnali registrati [8] che a differenza di quelli generati per le prove sul PA (par. 7.3), non sono semi-sintetizzati. Infatti, partendo dal presupposto che l'EPA è pensato per poter funzionare con qualsiasi tipo e numero di sovrapposizione, sono stati utilizzati tutti i segnali a disposizione consistenti in 131 file, ognuno da 2,6 ms di registrazione su i quattro canali. Dalle registrazioni sono state tagliate ed estratte delle finestre in cui vi è la sovrapposizione di due o più sorgenti, ottenendo 651 segnali composti da sovrapposizioni di vario tipo, che rappresentano l'input per la valutazione dell'algoritmo. La Tabella 8.1 mostra le percentuali di successo dell'algoritmo, confrontate con un ricevitore standard.

Caso	n	n/N	C.R.	EPA	EPA + C.R.
Globale	651	1	0.46	0.88	0.61
1 segnale	303	0.47	0.93	1.00	0.94
2 segnali	190	0.29	0.07	0.90	0.39
2 segnali R.D.	38	0.06	0.00	0.00	0.11
3 segnali	84	0.13	0.00	0.93	0.29
3 segnali R.D.	15	0.02	0.00	0.33	0.20
4 segnali	12	0.02	0.00	0.92	0.25
4 segnali R.D.	1	0.00	0.00	0.00	0.00
>4 segnali	8	0.01	0.00	0.63	0.00
>2 segnali	348	0.53	0.04	0.78	0.31

Tabella 8.1: percentuali di successo dell' EPA in funzione del tipo di sovrapposizione in ingresso

La percentuale di successo viene calcolata considerando che per ogni segnale in ingresso, viene contato un successo se tutti segnali sovrapposti, componenti l'ingresso sono decodificati. I segnali in ingresso sono classificati secondo il numero di sorgenti sovrapposte, indipendentemente dalla natura della sorgente (convenzionale, modo S o veicolare). La notazione R.D. indica il caso in cui al segnale è associata una matrice di mixing con un indice di condizionamento troppo elevato, per esempio a causa di sorgenti provenienti da angoli di arrivo troppo vicini. La tabella, per ogni categoria, mostra il numero di casi, la sua frequenza rispetto al totale dei casi, la percentuale di successo del ricevitore standard (C.R.), la percentuale di successo di separazione dell'algoritmo EPA, ed infine la percentuale di successo dell'algoritmo EPA seguito dal ricevitore standard. In

questa analisi, poiché non si conoscono i segnali prima della loro sovrapposizione, non è possibile derivare il numero di bit errati a seguito della decodifica. Dalla tabella si evince che, la scelta di un array a quattro canali può essere considerata ben dimensionata, infatti considerato che il numero di sorgenti separabili è limitato dal numero di elementi dell'array, i casi con più di quattro sorgenti (quindi non separabili con array a 4 elementi) sono inferiori al 2 %. Il rate di successi globale dell'EPA, pari al 88 %, viene limitato dal mal condizionamento della matrice di mixing, ovvero dalla impossibilità di rivelare un supporto temporale con un a sola sorgente. In alcuni casi formati da tre segnali sovrapposti, benché il segnale presenti una matrice di mixing mal condizionata, la decodifica avviene correttamente senza errori. Ciò può avvenire, quando dopo la diminuzione di dimensione del sottospazio di segnale, si hanno in uscita due canali, di cui sul primo vi è una sorgente, e sul secondo sono rimaste due sorgenti ma separate nel tempo. L'ultima colonna della tabella mostra il guadagno, in termini di percentuale di successi, che si ottiene antepoendo al ricevitore standard, il blocco EPA (colonna EPA+CR).

9. PASA – PA Single Antenna

La tecnologia attualmente sviluppata ed in uso per la ricezione dei segnali a 1090 MHz prevede apparati dotati di un solo canale di ricezione connesso all'antenna (a parte il radar secondario nel quale dalla medesima antenna sono generati più fasci ai quali corrispondono altrettanti canali). Gli algoritmi PA e EPA sono invece basati sull'uso di antenna ad array, dove ad ogni elemento corrisponde un canale di ricezione indipendente. Al contrario l'algoritmo PASA (PA Single Antenna) si presta per essere facilmente implementato in un singolo ricevitore MLAT/WAM/ADS-B, senza stravolgerne l'hardware. L'idea di base del PASA consiste nel trasformare il segnale ricevuto in modo tale da adattarlo all'impiego dell'algoritmo PA. Si consideri la sequenza del segnale di un ricevitore/elaboratore connesso ad una singola antenna:

$$\mathbf{x}[n]^T, 1 \times N$$

Il modello che si intende ricreare è il seguente: $\mathbf{X} = \mathbf{M}\mathbf{S} + \mathbf{N}$, lo stesso utilizzato per il PA e l'EPA. Si definisce la matrice \mathbf{X} nel modo seguente:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(1) & \mathbf{x}(m+1) & \cdots & \mathbf{x}(N-m+1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{x}(m) & \mathbf{x}(2m) & \cdots & \mathbf{x}(N) \end{bmatrix}.$$

l colonne

La matrice \mathbf{X} così definita è di dimensioni $m \times l$, con $l = \lfloor N/m \rfloor$ (parte intera). Gli elementi del vettore del segnale, $\mathbf{x}[n]$, presi a gruppi di m formano le colonne della matrice \mathbf{X} , quindi se gli elementi di $\mathbf{x}[n]$ sono N , le colonne di \mathbf{X} sono in numero uguale alla parte intera di N/m . Per il proseguo della trattazione, senza perdere di generalità, si consideri un valore di N tale da essere divisibile per m . Definita così la matrice \mathbf{X} , la matrice di mixing \mathbf{M} del modello dati, non si basa sulla diversità di antenna, bensì sulla diversità nel tempo delle sorgenti. In particolare, ogni sorgente presenterà una propria frequenza residua, dovuta alla tolleranza del transponder ed all'eventuale effetto Doppler. Applicando l'algoritmo PA alla matrice \mathbf{X} ottenuta dal ridimensionamento del vettore \mathbf{x} si estraggono i sottospazi dai quali è possibile ricostruire le sorgenti tramite un ridimensionamento inverso. La scelta del valore di m è vincolata dall'indice di condizionamento della matrice \mathbf{M} che si vuole stimare. Se l'indice di condizionamento risulta troppo elevato (>10), la sua pseudo-inversa non è robusta e il contributo del rumore risulta essere troppo elevato. Inoltre la scelta di m deve tenere conto anche della possibilità di stimare, sulla matrice \mathbf{X} , gli intervalli temporali in base alla

presenza ed al numero di sorgenti, e quindi dipende dalla dipendenza del rango di \mathbf{X} dal numero di sorgenti presenti

9.1.Indice di condizionamento di \mathbf{M}

In questa sezione si riporta il calcolo [43], [44] del condizionamento della matrice ridimensionata in funzione dello scostamento in frequenza tra i segnali sovrapposti e il parametro di ridimensionamento. Si considerino due sorgenti con frequenze residue in banda base f_1 e f_2 , di cui si prende in considerazione il vettore di array con le sole parti che contengono l'informazione di fase, dipendente dalla frequenza residua:

$$\mathbf{f}_i = \left[1, \exp(-i2\pi f_i T_s), \exp(-2 \cdot i2\pi f_i T_s), \dots, \exp(-(m-1) \cdot i2\pi f_i T_s) \right]^T,$$

dove f_i sono le frequenze residue, ed m la dimensione del vettore. Si vuole valutare l'indice di condizionamento della matrice composta dalle due sorgenti $\mathbf{F}=[\mathbf{f}_1 \ \mathbf{f}_2]$. Ponendo

$\alpha = \exp(-i2\pi(f_2 - f_1)T_s)$, e $\beta = \sum_{k=0}^{m-1} \alpha^k$, si ha:

$$\beta = \frac{1 - \alpha^{m+1}}{1 - \alpha},$$

gli autovalori della matrice $\mathbf{M}\mathbf{M}^H$ sono i seguenti [43], [44]:

$$\lambda_i = m \left[1 \pm \sqrt{1 - \frac{|\beta|^2}{m^2}} \right],$$

quindi l'indice di condizionamento risulta pari a:

$$Cond(\mathbf{M}) = \frac{\sqrt{1 - \sqrt{1 - \frac{|\beta|^2}{m^2}}}}{\sqrt{1 + \sqrt{1 - \frac{|\beta|^2}{m^2}}}}.$$

Indicando con c l'indice di condizionamento, $c = Cond(\mathbf{M})$, si ottiene:

$$|\beta| = m \sqrt{1 - \left(\frac{c^2 - 1}{c^2 + 1} \right)^2}.$$

La Figura 9.1 mostra l'indice di condizionamento della matrice \mathbf{M} in funzione dello shift di frequenza e del valore di m . Per ottenere un condizionamento inferiore a 10, con uno shift di frequenza compreso tra 100 KHz e 200 KHz, è necessario un valore di m maggiore di 35.

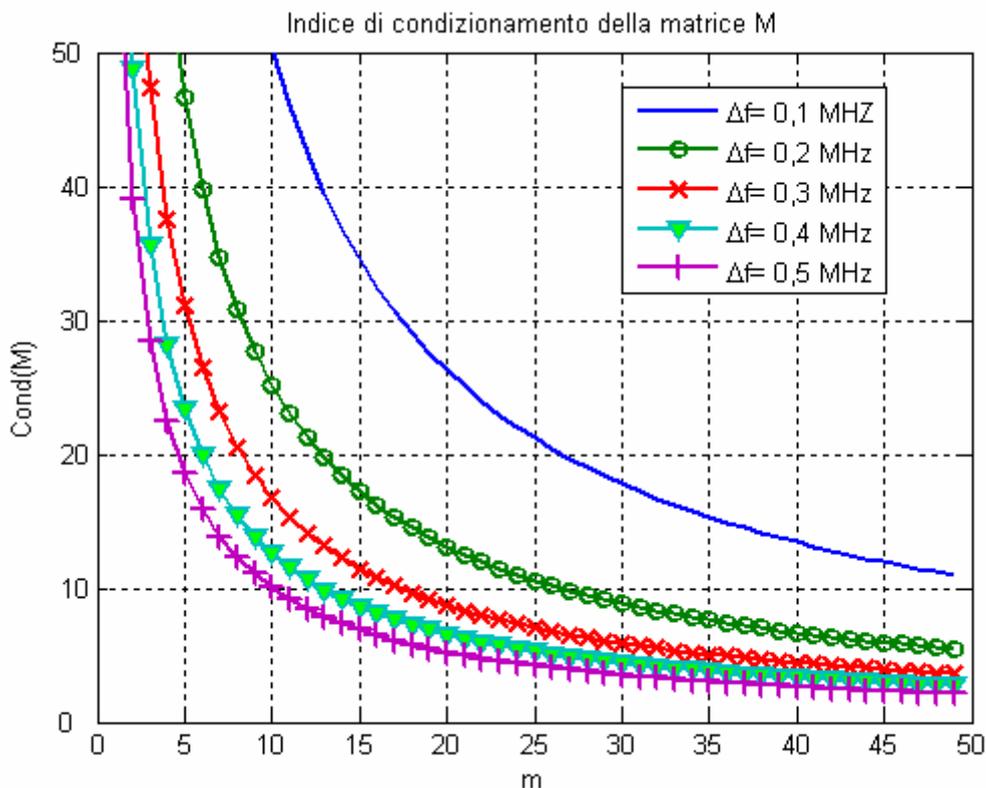


Figura 9.1: Indice di condizionamento della matrice M in funzione dello shift di frequenza e del valore di m

I vettori \mathbf{f}_i , sono rappresentativi della sola informazione di fase del segnale, essi non contengono informazione sulla modulazione binaria degli impulsi. La semplificazione fatta ha permesso, tuttavia, di ottenere un dimensionamento di m in funzione dell'indice di condizionamento della matrice \mathbf{M} .

9.2. Rivelazione del numero di sorgenti

La rivelazione del numero di sorgenti e la loro temporizzazione viene eseguita con le stesse modalità già viste per l'algoritmo PA e EPA. Applicando la finestra scorrevole sulla matrice \mathbf{X} e valutando l'andamento dei valori singolari rispetto ad una soglia si rivelano gli intervalli temporali con il numero di sorgenti presenti. La matrice \mathbf{X} ottenuta dal ridimensionamento ha un rango, e quindi un numero di valori singolari maggiori di zero, che dipende oltre che dal numero di sorgenti anche dal valore di m . Scegliendo un valore di m pari al numero di campioni contenuti nella metà del tempo di bit si ottiene la configurazione ottimale per stimare il numero di sorgenti in funzione dei valori singolari della finestra scorrevole [24], [25]. Infatti, l'impulso di modo S ha una durata ($0.5 \mu\text{s}$) pari alla metà del tempo di bit ($1 \mu\text{s}$), ed indipendentemente dalla sincronizzazione tra il ridimensionamento e l'inizio del segnale, la matrice \mathbf{X} possiede un rango pari a 2 nel caso di una

sola sorgente presente, utilizzando altri valori di ridimensionamento il rango è pari a m , essendo il valore di m non proporzionale con il numero di campioni presenti nel periodo di campionamento [43], [44]. La Figura 9.2, raffigura una sequenza di due impulsi di $0.5 \mu s$ con periodo di $1 \mu s$, quindi un possibile segmento del blocco dati di modo S. Per semplicità, è stato scelto di rappresentare gli impulsi con 5 campioni, ponendo pari a uno il valore raggiunto dal fronte piatto dell'impulso, pari a 0,3 il valore dei fronti di salita e discesa e pari a 0 i restanti campioni.

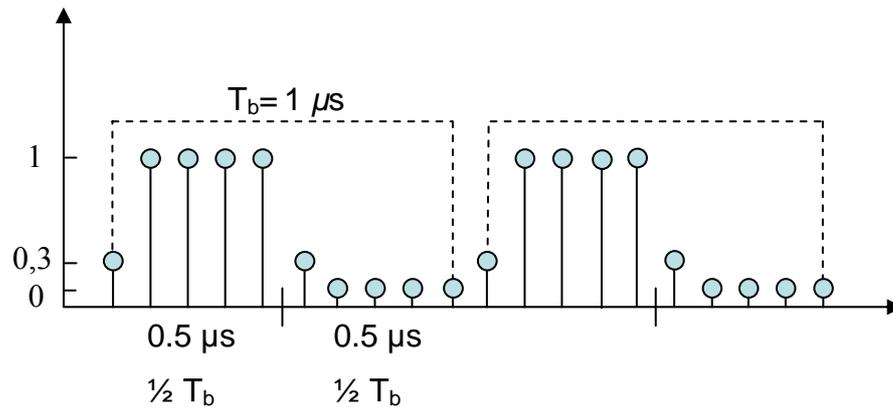


Figura 9.2: sequenza di impulsi di $0.5 \mu s$

Facendo partire il ridimensionamento di questa sequenza dal primo campione si ottiene la seguente matrice \mathbf{X} :

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 0,3 & 0,3 & 0,3 & 0,3 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

che può essere decomposta nel seguente modo, avendo rango pari a 2:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 0,3 & 0,3 & 0,3 & 0,3 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,3 & 0,3 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Facendo partire il ridimensionamento dal terzo campione si ottiene la seguente matrice \mathbf{X} , con la relativa decomposizione, possibile poiché il rango è sempre pari a 2:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0,3 & 0,3 & 0,3 & 0,3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0,3 & 0,3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Quindi in funzione della rivelazione del numero di sorgenti e degli istanti temporali di inizio e fine segnale, il valore del parametro m è fissato pari a $\frac{f_s T_b}{2}$, in modo da osservare due valori singolari diversi da zero in caso di una sorgente, e quattro valori singolari in presenza di due sorgenti. La Figura 9.3 mostra l'andamento dei primi quattro valori singolari della finestra scorrevole applicata sulla matrice \mathbf{X} ottenuta dal ridimensionamento del segnale r_2 [8], composto dalla sovrapposizione parziale di due segnali di modo S. In questo caso il segnale fa parte del data base registrato nell'ambito del lavoro [8], nel quale i segnali sono stati campionati con una frequenza di 50 MHz, quindi il parametro di ridimensionamento risulta essere $m=25$. La finestra scorrevole possiede una ampiezza pari a $4 \mu s$ e passo di $1 \mu s$. Tenuto conto del ridimensionamento adottato, ogni colonna della matrice \mathbf{X} contiene un numero di campioni pari a quelli contenuti in mezzo tempo di bit, quindi un intervallo temporale di $0,5 \mu s$. La finestra scorrevole si applica quindi su 8 colonne ($4 \mu s$), con un passo di 2 colonne ($1 \mu s$).

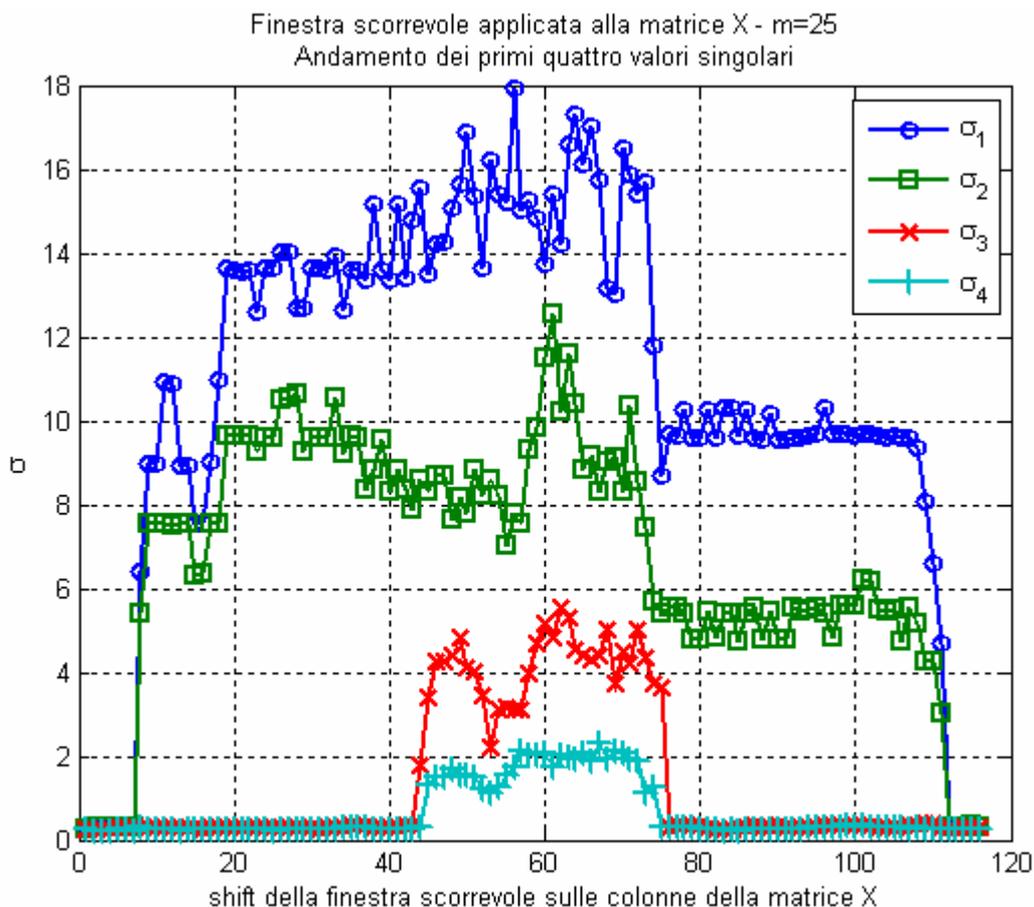


Figura 9.3: Andamento dei primi quattro valori singolari ottenuti dalla finestra scorrevole sulla matrice ridimensionata \mathbf{X} , composta da due segnali parzialmente sovrapposti.

9.3. Estrazione delle sorgenti

Ottenuta la temporizzazione delle sorgenti, si stimano i vettori della matrice \mathbf{M} , tramite SVD degli intervalli della matrice \mathbf{X} in cui è presente una sola sorgente, prendendo in considerazione due valori singolari per ogni sorgente. L'algoritmo prosegue con il calcolo della pseudo-inversa della matrice \mathbf{M} . Per ottenere un indice di condizionamento basso, è opportuno usare valori di m tali che la matrice \mathbf{X} ottenuta dal ridimensionamento contenga i campioni di un tempo di bit su colonna, quindi $m = f_s T_b$, oppure per risultati migliori, le colonne della matrice \mathbf{X} devono contenere i campioni di una volta e mezzo il tempo di bit: $m = \frac{2f_s T_b}{3}$, [25]. Per tale necessità in [24] è stata presentata una architettura, mostrata in Figura 9.4, che dal vettore del segnale ricevuto, \mathbf{s} , genera in parallelo due matrici: la prima (\mathbf{X}^i), con un ridimensionamento $m = \frac{f_s T_b}{2}$ usata per la rivelazione e temporizzazione delle sorgenti; la seconda matrice, (\mathbf{X}^{ii}) con un indice di ridimensionamento $m = f_s T_b$, o $m = \frac{2f_s T_b}{3}$, usata per la stima della matrice \mathbf{M} .

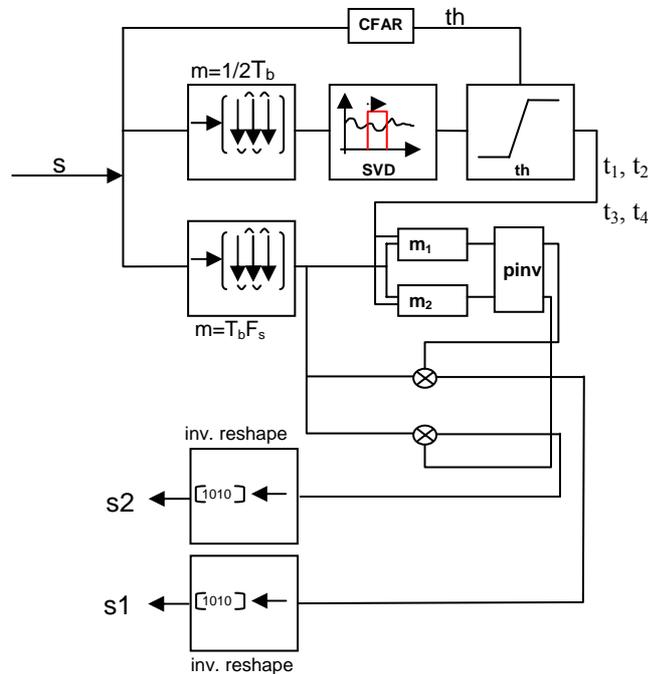


Figura 9.4: Architettura per la rivelazione e temporizzazione delle sorgenti e stima della matrice \mathbf{M}

Ottenuti gli istanti temporali di inizio e fine degli intervalli con una sola sorgente (t_1, t_2, t_3, t_4), tramite la finestra scorrevole applicata sulla matrice \mathbf{X}^i ed il confronto con una soglia CFAR [45],

questi sono inviati in ingresso ai blocchi $m1$ e $m2$. Nei blocchi $m1$ e $m2$, avviene la stima dei vettori per costruire la matrice \mathbf{M} , tramite i vettori singolari sinistri della SVD delle due sottomatrici di \mathbf{X}^{ii} : la prima contenente solo la prima sorgente, la seconda contenente solo la seconda sorgente. I vettori singolari presi in considerazione possono essere i primi 2, 3 o 4, a seconda che il valore scelto per m sia $m = \frac{f_s T_b}{2}$, $m = f_s T_b$ oppure $m = \frac{2f_s T_b}{3}$. Dalla pseudo-inversa della matrice stimata \mathbf{M} si ottiene la matrice \mathbf{W} , con la quale si estraggono dalla matrice \mathbf{X} i due sottospazi contenenti le due sorgenti. I segnali separati, $\mathbf{s1}$ e $\mathbf{s2}$, si ottengono tramite un ridimensionamento inverso delle matrice estratte dal prodotto di \mathbf{W} e \mathbf{X} .

Di seguito lo schema dei passi dell'algorithmo:

<i>step</i>	
1	Ridimensionamento del vettore dati $\mathbf{x}_{1 \times N}$ nella matrice $\mathbf{X}_{m \times l}$ con indice $m = \frac{f_s T_b}{2}$ $l = \lfloor \frac{N}{m} \rfloor$
2	Ricerca degli intervalli temporali e del numero di sorgenti tramite finestra scorrevole sulla matrice \mathbf{X} . Larghezza della finestra pari a $4 \mu s$ e passo di $1 \mu s$
3	Ridimensionamento del vettore dati $\mathbf{x}_{1 \times N}$ nella matrice $\mathbf{X}_{m \times L}$ con $m = f_s T_b$, SVD degli intervalli, trovati allo <i>step</i> 2, in cui è presente una sola sorgente, per ottenere la stima dei vettori \mathbf{m}_i
4	Costruzione della matrice \mathbf{M} tramite i vettori \mathbf{m}_i stimati al punto 3, e calcolo della matrice $\mathbf{W} = \mathbf{M}^\dagger$
5	Calcolo della matrice $\mathbf{S} = \mathbf{M}^\dagger \mathbf{X}$
6	Estrazione delle sorgenti separate \mathbf{s}_i tramite ridimensionamento inverso della matrice \mathbf{S}

9.4. Prestazioni PASA

In questa sezione sono presentati i risultati delle prove eseguite per valutare le prestazioni dell'algoritmo PASA. I segnali utilizzati sono ottenuti dalla semi-sintesi (somma coerente) di due segnali di modo S, registrati nell'ambito del lavoro [8]. Tramite i *tool* di semi sintesi [41], è stato possibile generare diversi casi di sovrapposizione tra due sorgenti, agendo sul ritardo temporale di sovrapposizione, sulla frequenza residua delle sorgenti, e sul rapporto SNR. Il primo test eseguito, consiste nella valutazione dell'indice di condizionamento della matrice \mathbf{M} al variare del valore del parametro m (numero di righe della matrice ottenuta dal ridimensionamento del vettore dati). Con il secondo test sono state valutate le performance del PASA in funzione dello *shift* in frequenza dei segnali (differenza della frequenza centrale delle portanti delle due sorgenti sovrapposte). Infine, con il terzo test sono state valutate le performance in funzione della differenza del tempo di arrivo dei due segnali sovrapposti.

9.4.1. Indice di condizionamento della matrice \mathbf{M}

Come indicato nel par. 9.3, il valore del parametro m , che corrisponde al numero di righe della matrice ottenuta dal ridimensionamento del vettore dati, più idoneo per la rilevazione del numero di sorgenti e dei tempi di inizio e fine di ciascun segnale sovrapposto è pari a: $m = \frac{f_s T_b}{2}$. Infatti, con tale valore, la matrice \mathbf{X} ottenuta dal ridimensionamento del vettore dati \mathbf{x} , presenterà un rango pari a due nel sottoinsieme di colonne contenenti una sola sorgente, ed un rango pari a quattro, nel sottoinsieme di colonne contenenti due sorgenti. In questo modo, risulta molto agevole identificare le due sottomatrici nelle quali sono presenti solo la prima e solo la seconda sorgente, ed utilizzarle per la stima dei vettori \mathbf{m} . Tuttavia, la matrice \mathbf{M} , costruita con i vettori \mathbf{m} , come mostrato nella Figura 9.1, presenta un indice di condizionamento variabile in funzione del parametro di ridimensionamento (m), ed in funzione dello *shift* in frequenza tra le sorgenti sovrapposte. Il test per la valutazione dell'indice di condizionamento della matrice \mathbf{M} , è stato eseguito utilizzando 1560 segnali semi-simulati, composti da due segnali di modo S sovrapposti. I segnali di modo S usati per generare i segnali sovrapposti, sono stati selezionati in modo da ottenere un SNR finale maggiore di 20 dB e lasciando inalterato il valore della frequenza portante di ciascuno di essi. La differenza tra i tempi di arrivo tra i due segnali è stata fissata pari a $30 \mu s + \varepsilon$, dove ε è una variabile aleatoria uniforme in $[-0,5 : 0,5] \mu s$, usata per evitare condizioni particolari di somma coerente tra le sorgenti.

È stato valutato l'indice di condizionamento utilizzando tre valori per il parametro di ridimensionamento: $m = \frac{f_s T_b}{2}$, $m = f_s T_b$, $m = 3 \frac{f_s T_b}{2}$, poiché sono stati utilizzati segnali campionati a 50 MS/s, i valori di m divengono: 25, 50 e 75.

La Figura 9.5 mostra i risultati ottenuti: sono mostrati tre istogrammi, relativi ai tre valori di m presi in considerazione. Il valore $m = \frac{f_s T_b}{2}$, rappresentato in blu, anche se risulta essere il più idoneo per la rivelazione delle sorgenti, risulta essere il meno indicato in termini di indice di condizionamento della matrice \mathbf{M} . I valori $m = f_s T_b$, $m = 3 \frac{f_s T_b}{2}$, forniscono le prestazioni migliori, in particolare il valore $m = f_s T_b$ è giudicato il più idoneo, infatti a questo corrisponde una matrice \mathbf{X} con meno righe e quindi più colonne per lo stesso intervallo temporale, quindi una SVD delle sottomatrici ed una stima dei parametri più accurate. Per questo motivo lo schema proposto (Figura 9.4), prevede due ridimensionamenti in parallelo, con parametri m differenti, il primo per la rivelazione delle sorgenti, il secondo per la stima della matrice \mathbf{M} .

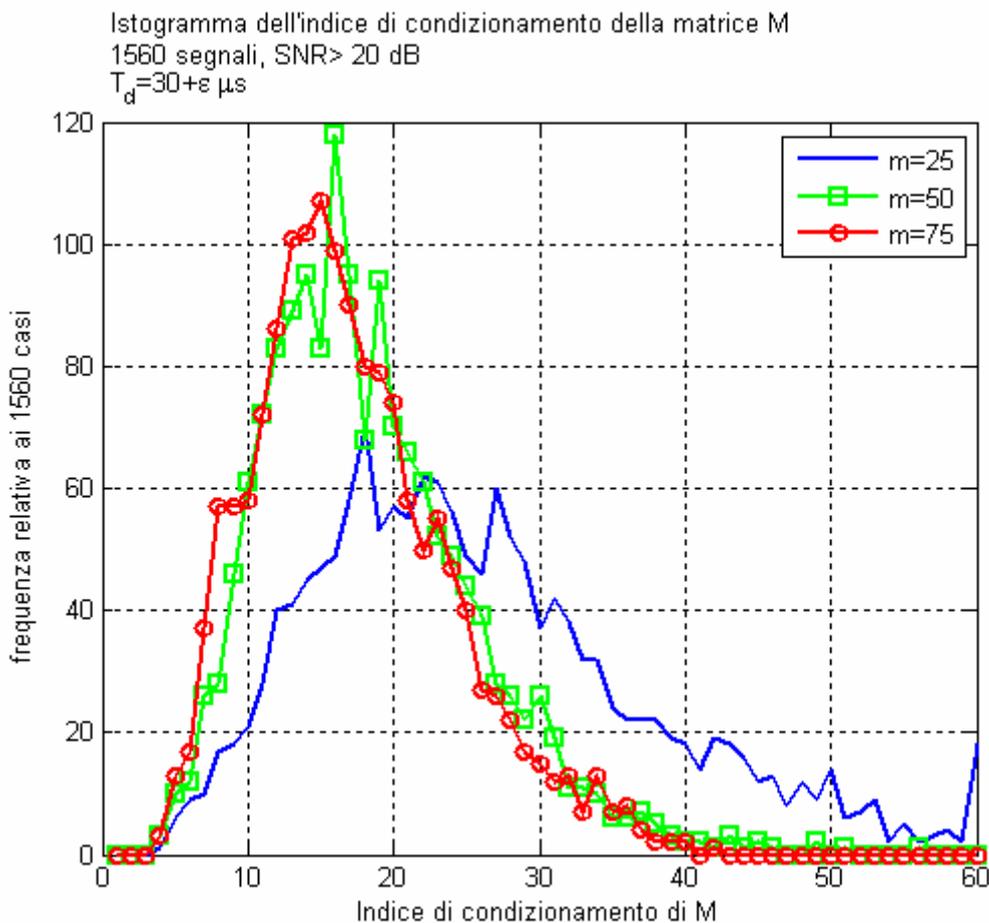


Figura 9.5: Istogramma indice di condizionamento della matrice M in funzione del parametro m

9.4.2. Prestazioni in funzione dello *shift* in frequenza tra i segnali

In questo paragrafo sono mostrati i risultati inerenti la valutazione delle performance del PASA in funzione dello *shift* in frequenza tra i segnali sovrapposti. Come visto nel par. 9.1, l'indice di condizionamento della matrice di mixing \mathbf{M} è funzione, oltre che del parametro di ridimensionamento adottato, anche dello *shift* in frequenza tra i segnali sovrapposti. Ovviamente in situazioni operative non è possibile variare la differenza di frequenza tra due segnali, se non utilizzando dei transponder veicolari di tipo "agile" [46], tuttavia il test serve a capire i limiti dell'algoritmo, e confrontando i risultati con l'analisi dei segnali in un ambiente reale, capire le reali potenzialità di impiego. Per il test sono stati generati segnali sovrapposti, utilizzando una semi-sintesi (somma coerente), tra due segnali di modo S registrati, come già introdotto nel paragrafo precedente. I segnali sono stati scelti in modo da ottenere un SNR finale di almeno 20 dB. La differenza tra i tempi di arrivo è stata fissata pari a: $30 \mu\text{s} + \varepsilon$, dove ε è una variabile aleatoria uniforme in $[-0,5 \ 0,5] \mu\text{s}$, usata per evitare condizioni particolari di somma coerente tra le sorgenti. La frequenza della portante di ciascun segnale di modo S, è stata modificata in modo tale che ogni segnale di test fosse composto dalla sovrapposizione di due segnali di modo S con uno *shift* relativo in frequenza noto. Il test è stato suddiviso in due parti: nella prima la differenza in frequenza varia tra 0 e 0,1 MHz (a passi di 0,01 MHz), e nella seconda varia tra 0,1 e 1 MHz (a passi di 0,1 MHz). La prima parte, riproduce le condizioni in cui si troverebbe un ricevitore in uno scenario reale tipico, infatti, oltre il 90 % dei trasponder trasmette con frequenze portanti comprese in un intervallo di 120 KHz intorno a 1090 MHz [8]. Di conseguenza gli eventuali segnali sovrapposti presenterebbero uno *shift* di frequenza inferiore a 0,1 MHz. La seconda fase, riproduce lo scenario dotato di agilità di frequenza [47], nel quale i transponder dotati di agilità in frequenza (veicolari), possono trasmettere segnali con *shift* di frequenza fino a 1 MHz. Le figure seguenti mostrano i risultati ottenuti in termini di *failure rate*, per il primo e per il secondo segnale sovrapposto. La *failure rate* indica, la frazione di casi in cui il ricevitore non rileva il preambolo del segnale di modo S, ovvero rileva il segnale ma effettua una decodifica con più di 24 errori. Ogni figura mostra il confronto con le prestazioni ottenute con un ricevitore standard [5], il quale ovviamente presenta una *failure rate* pari a uno per il secondo segnale. Infatti il ricevitore standard, non essendo dotato della possibilità di separazione non può estrarre e quindi non può rilevare e decodificare la seconda sorgente sovrapposta. I test sono stati svolti provando i tre valori proposti per il parametro m : 25, 50 e 75 (considerando il campionamento a 50 MS/s dei segnali utilizzati). Come mostrano le figure 9.6 e 9.7, con uno *shift* in frequenza compreso tra 0 e 0,1 MHz, le prestazioni appaiono costanti in

funzione dello *shift* di frequenza tra i segnali sovrapposti. Utilizzando $m = 25$, ($m = \frac{f_s T_b}{2}$), le prestazioni del PASA per il primo segnale sono simili al ricevitore standard, utilizzando $m = 50$ e 75 , si ottiene una *failure rate* contenuta al di sotto del 15%. Le prestazioni per il secondo segnale appaiono degradate e non c'è differenza sostanziale tra $m = 25, 50$ o 75 .

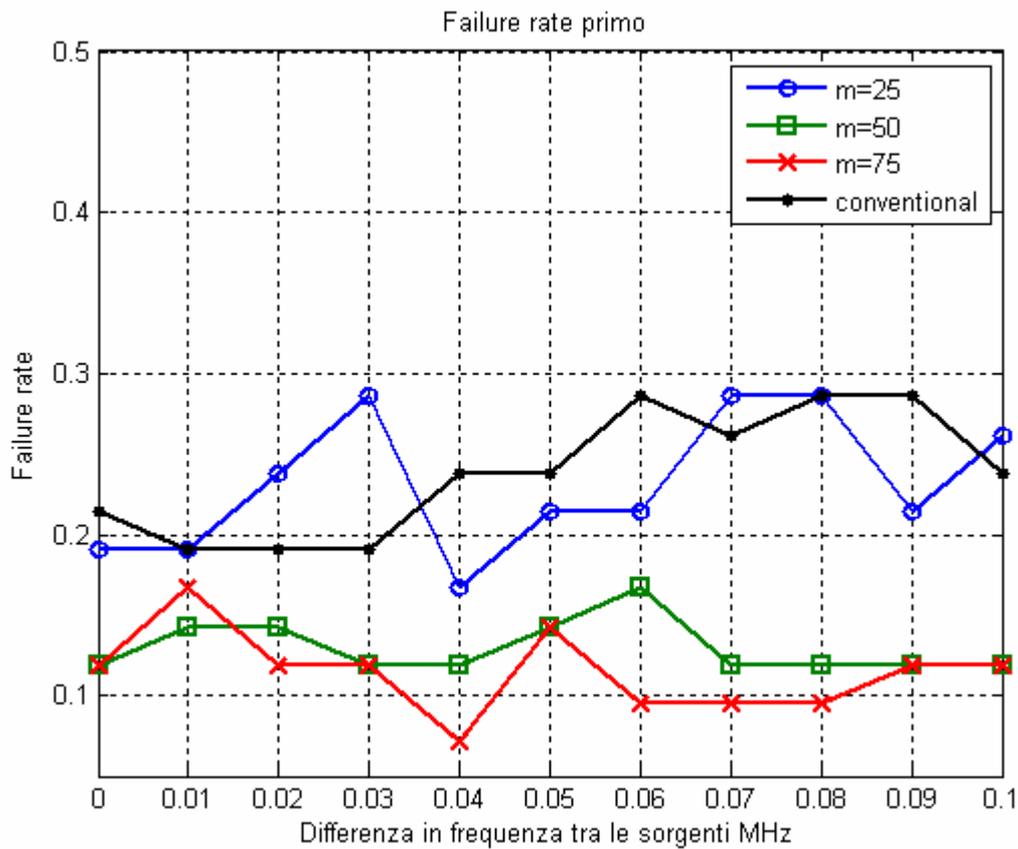


Figura 9.6: Failure rate del primo segnale – test shift di frequenza [0 : 0,1] MHz

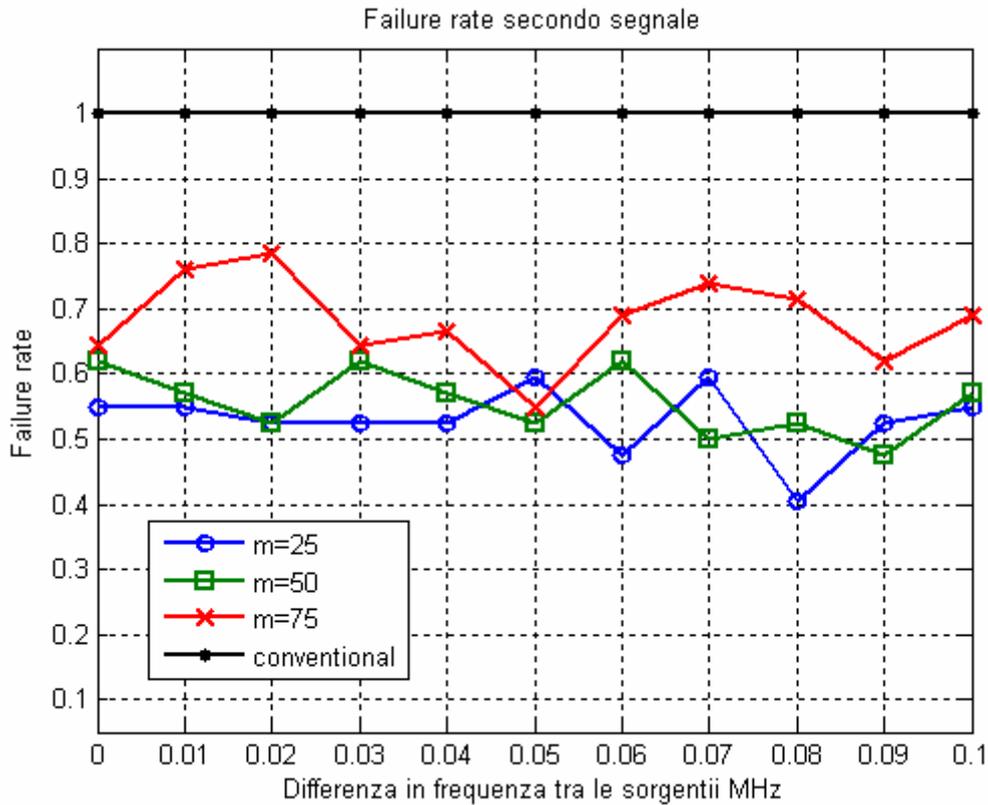


Figura 9.7: Failure rate del secondo segnale – test shift di frequenza [0 : 0,1] MHz

Le figure 9.8 e 9.9 mostrano i risultati ottenuti nella prova con *shift* di frequenza compreso tra 0,1 e 1 MHz. In questo caso la differenza in frequenza tra i segnali sovrapposti, variando in un *range* più ampio (1 Mhz invece di 100 KHz), influenza sensibilmente le prestazioni. La prova evidenzia prestazioni migliori adottando valori di m pari a 50 e 75 ($m = f_s T_b$, $m = 3 \frac{f_s T_b}{2}$). Le prove sono state eseguite con dei campioni di segnali diversi ma con le medesime caratteristiche (SNR > 20 dB e frequenze originali inalterati). Inoltre il campione del test sullo *shift* in [0 : 0,1] MHz è composto da 100 segnali, ed il campione del test sullo *shift* compreso in [0,1 : 1] MHz è composto da 1560 segnali. Utilizzando due campioni di segnali differenti, nel punto di continuità (0,1 MHz), tra le prime curve (figure 9.6 e 9.7) e le seconde curve (figure 9.8 e 9.9) non vi è continuità nei valori dei risultati.

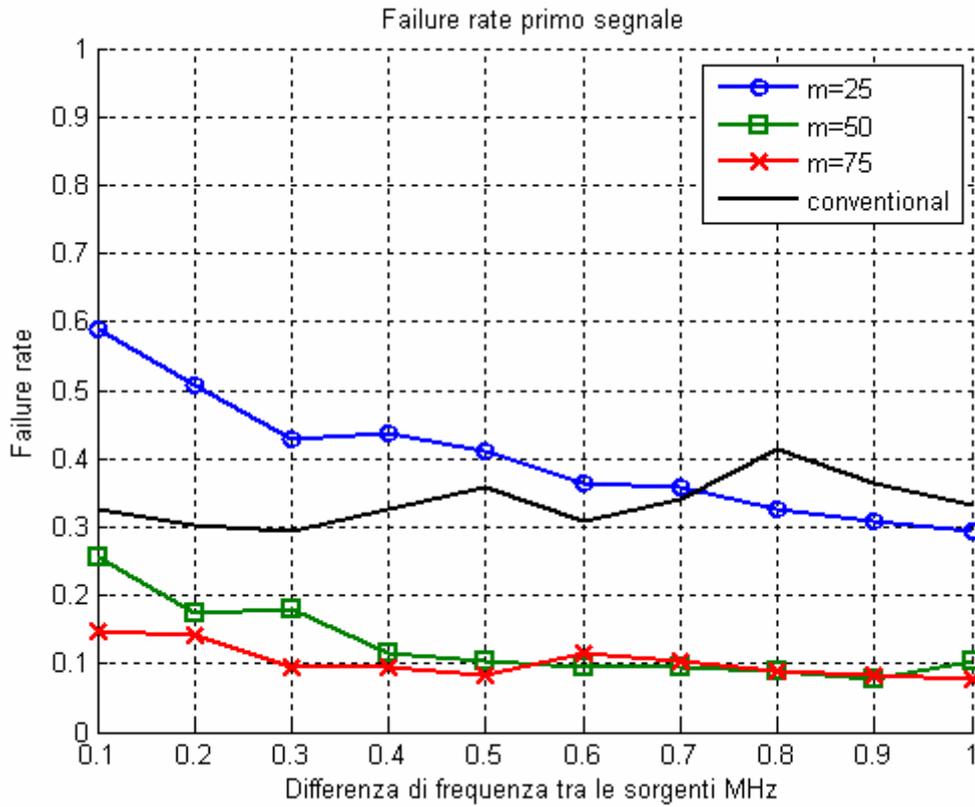


Figura 9.8: Failure rate del primo segnale – test shift di frequenza [0,1 : 1] MHz

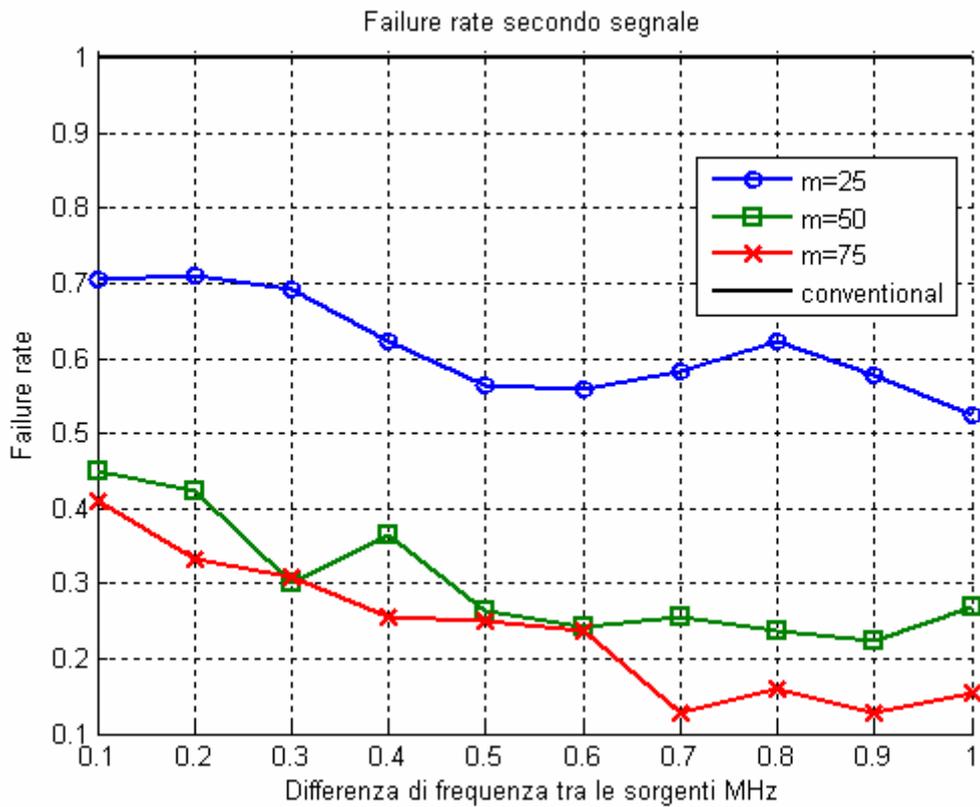


Figura 9.9: Failure rate del secondo segnale – test shift di frequenza [0,1 : 1] MHz

9.4.3. Prestazioni in funzione della differenza dei tempi di arrivo dei segnali

Con questo test si valutano le performance del PASA in funzione del grado di sovrapposizione tra le due sorgenti. Sono stati utilizzati segnali reali semi-simulati con le stesse tecniche utilizzate nei precedenti paragrafi. In questo caso i segnali sovrapposti presentano una differenza tra i tempi di arrivo variabile tra 8 e 14 μs , con passi di $1+\varepsilon \mu\text{s}$, dove ε è una variabile aleatoria uniforme in $[-0,5 : 0,5] \mu\text{s}$ utilizzata per evitare particolari casi di sincronismo tra i segnali sovrapposti. Per eseguire il test sono stati realizzati 1000 casi di sovrapposizione per ciascun valore della differenza tra i tempi di arrivo. I segnali utilizzati nella semi-simulazione sono stati selezionati in modo da ottenere un SNR finale di almeno 20 dB, la frequenza della portante dei segnali utilizzati è stata lasciata invariata. La figura 9.10 mostra i risultati ottenuti sul primo segnale utilizzando i tre diversi valori di m già introdotti nei paragrafi precedenti. In questo caso i risultati ottenuti con $m=25$ sono sensibilmente migliori. Di fatto il parametro m fissa il numero di righe della matrice \mathbf{X} in cui viene ridimensionato il vettore dei dati \mathbf{x} , di conseguenza fissa anche il numero di colonne della matrice \mathbf{X} in funzione del tempo. Se la frequenza di campionamento è f_s , a cui corrisponde un periodo di campionamento $T_s=f_s^{-1}$, ogni colonna della matrice \mathbf{X} contiene un segmento di segnale di durata pari a: $m \cdot T_s$ s. La tabella 9.1 mostra la durata del segnale contenuto in una colonna della matrice \mathbf{X} in funzione del parametro m .

m	Durata segnale contenuto in una colonna della matrice \mathbf{X}
$m = \frac{f_s T_b}{2}$	$\frac{f_s T_b}{2} T_s = \frac{T_b}{2} = 0,5 \mu\text{s}$
$m = f_s T_b$	$f_s T_b T_s = T_b = 1 \mu\text{s}$
$m = 3 \frac{f_s T_b}{2}$	$\frac{3 f_s T_b}{2} T_s = \frac{3 T_b}{2} = 1,5 \mu\text{s}$

Tabella 9.1: Durata del segnale contenuto in una colonna della matrice \mathbf{X} in funzione di m

Quando la differenza tra i tempi di arrivo dei segnali sovrapposti è modesta ($< 10 \mu\text{s}$), le colonne della matrice \mathbf{X} che contengono solo una sorgente sono limitate, ad esempio 8 μs sono contenuti in 16 colonne con $m=25$, 8 colonne con $m=50$ e 5 colonne con $m=75$. Quindi utilizzando il valore di m minore, si può utilizzare un maggior numero di colonne di \mathbf{X} , estraendo una sub-matrice più regolare (nel rapporto tra numero di righe e colonne), su cui effettuare la SVD per la stima dei vettori di mixing, ottenendo i risultati migliori.

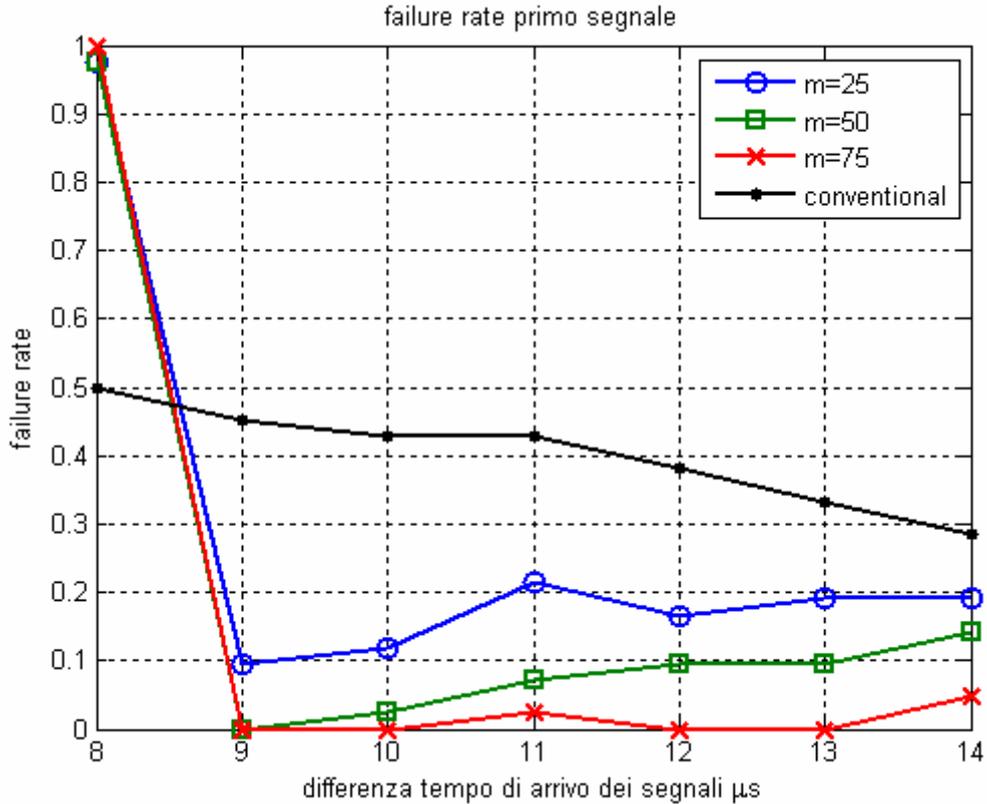


Figura 9.10: Failure rate del primo segnale in funzione della differenza tra i tempi di arrivo dei segnali sovrapposti in [8 : 14] μs , e frequenze portanti dei segnali inalterate

Come per il primo segnale, allo stesso modo le prestazioni sul secondo segnale sono influenzate dal valore del parametro m , ottenendo risultati migliori con il valore di m inferiore ($m = \frac{f_s T_b}{2}$). La figura 9.11 mostra inoltre, che sebbene con prestazioni limitate, è stato possibile rilevare e decodificare il secondo segnale anche quando la differenza tra i tempi di arrivo è pari a 9 μs , cosa non possibile per il primo segnale (figura 9.10). Infatti, mentre per il primo segnale il supporto libero da interferenze è costituito dal preambolo, quindi la stima dei vettori di mixing è effettuata solo su quattro impulsi per un totale di 2 μs di segnale, per il secondo segnale, il supporto libero consiste nella parte finale del data block, e la stima dei vettori di mixing viene effettuata su 4 μs di segnale (4 μs modulati PPM), ottenendo una stima più accurata.

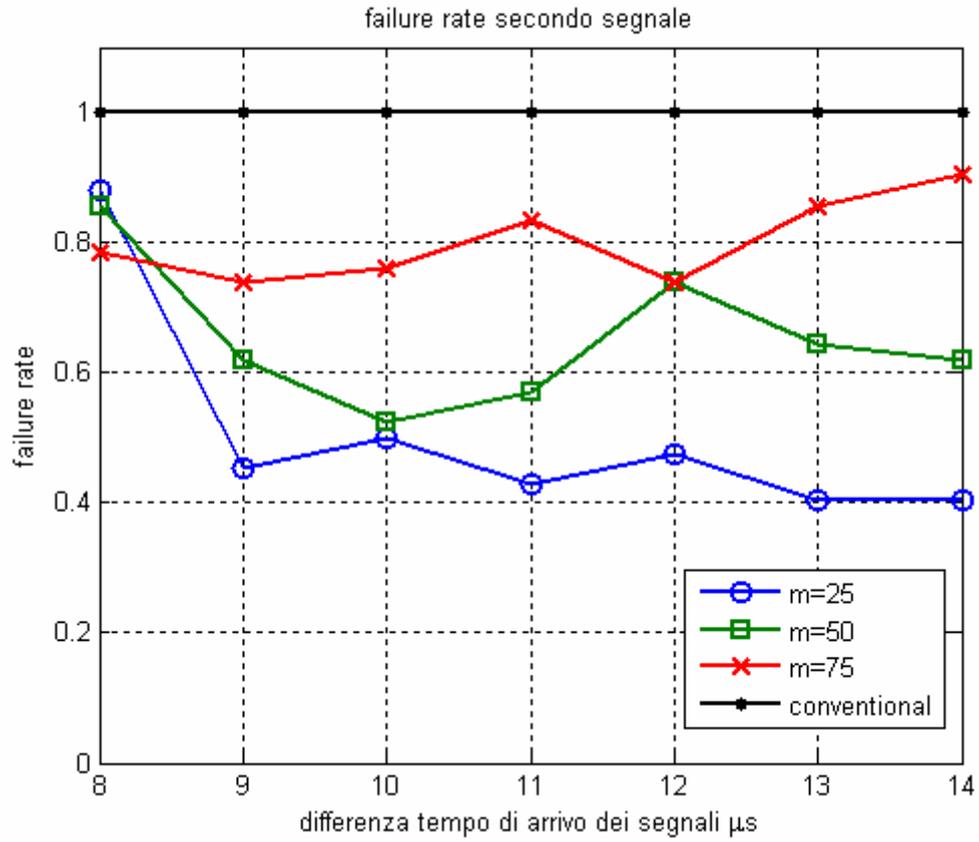


Figura 9.11: Failure rate del secondo segnale in funzione della differenza tra i tempi di arrivo dei segnali sovrapposti in [8 : 14] μs , e frequenze portanti dei segnali inalterate

10. Algoritmi 3D e 8D basati sul concetto di sparsity

Gli algoritmi presentati in questa sezione sono stati sviluppati con l'intento di superare uno dei vincoli più stringenti imposto dagli algoritmi algebrici PA e EPA, cioè la necessità della presenza di un supporto temporale in cui sia presente una sola sorgente. Come esposto nei capitoli precedenti, il presupposto per il funzionamento del PA, EPA e PASA, è che i segnali sovrapposti abbiano tempi di arrivo diversi. Gli algoritmi basati sul concetto di *sparsity* (3D e 8D), sono stati sviluppati per poter separare sorgenti indipendentemente dal tempo di arrivo, il quale può essere al limite anche lo stesso per le sorgenti sovrapposte, determinando i parametri delle sorgenti da separare. Gli algoritmi noti in letteratura [48], [49] e [50], sfruttano il fatto che una sorgente possa essere assente durante dati intervalli, sia nel dominio del tempo che in seguito a trasformazioni (Fourier, wavelets, etc). In realtà anche gli algoritmi PA, EPA e PASA in questo senso sfruttano il concetto di sorgente assente, infatti dato un segnale composto dalla sovrapposizione nel tempo di più sorgenti, si cercano intervalli temporali in cui siano presenti una sola sorgente alla volta. Gli algoritmi presentati in questo capitolo, sfruttano il fatto che una sorgente di modo S, grazie alla modulazione PPM, presenta una sequenza di impulsi che occupa il 50 % del supporto temporale associato all'intero segnale. Gli algoritmi implementati sono due: il 3D e il 8D, la denominazione dipende dal fatto che viene usata una rappresentazione del segnale che permette di rappresentarlo in uno spazio a tre dimensioni (3D), o in uno spazio a otto dimensioni (8D) dovuto alle 4 antenne del sistema.

10.1. Algoritmo 3D

L'algoritmo 3D prevede l'uso di un ricevitore con due canali, connessi ad altrettanti elementi contigui di un array uniforme. Si trasforma il segnale in modo da ottenere una sua rappresentazione in uno spazio, detto spazio dei parametri, ed in seguito stimare i parametri di ogni sorgente in modo da estrarle separatamente. Per questo algoritmo sono stati sviluppati due metodi: il primo, di tipo globale, agisce sull'intero blocco di segnale ricevuto, applicando una trasformata di Hough [51] generalizzata con l'intento di mappare tutti i campioni sullo spazio dei parametri. Il secondo metodo agisce in modo sequenziale su gruppi di campioni ricevuti, usando per la stima solo su quelli ritenuti di interesse, scartando i campioni da cui non si ottiene una buona stima dei parametri (campioni di solo rumore, o prodotti dalla sovrapposizione di più segnali). L'algoritmo sfrutta la proprietà di sparsity delle sorgenti, che fa sì che anche in caso di sovrapposizione completa tra due

o più segnali, sia possibile trovare degli intervalli in cui sono presenti campioni di segnale di una sola sorgente.

10.1.1. Rappresentazione del segnale

Si consideri un ricevitore multicanale con antenna ad array uniforme di m elementi, il segnale ricevuto dall' i^{mo} elemento ed acquisito in digitale è il seguente:

$$s_i(t) = A_i(t) \exp(i2\pi f_i t - \varphi_i(t)) \exp(i\pi \cos(\theta_i)).$$

Prendendo in considerazione il segnale proveniente dalla prima e dalla seconda antenna, $s_1(t)$, $s_2(t)$, si definiscono tre variabili nel seguente modo:

$$\begin{aligned} x(t) &= \text{Re}(s_1) = A_1(t) \cos(2\pi f_0 t - \varphi_1(t)) + \pi \cos(\theta_1) \\ y(t) &= \text{Im}(s_1) = A_1(t) \sin(2\pi f_0 t - \varphi_1(t)) + \pi \sin(\theta_1) \quad , \\ z(t) &= \text{Re}(s_2) = A_2(t) \cos(2\pi f_0 t - \varphi_2(t)) + \pi \cos(\theta_2) \end{aligned}$$

dove $A_1(t), \varphi_1(t), A_2(t), \varphi_2(t)$ sono le ampiezze e le fasi dei due segnali, θ_1 e θ_2 sono i relativi angoli di arrivo. Il vettore $[x(t) \ y(t) \ z(t)]^T$, nel dominio del tempo, ruota nello spazio $O(x,y,z)$, descrivendo una circonferenza contenuta in un piano contenente l'origine.

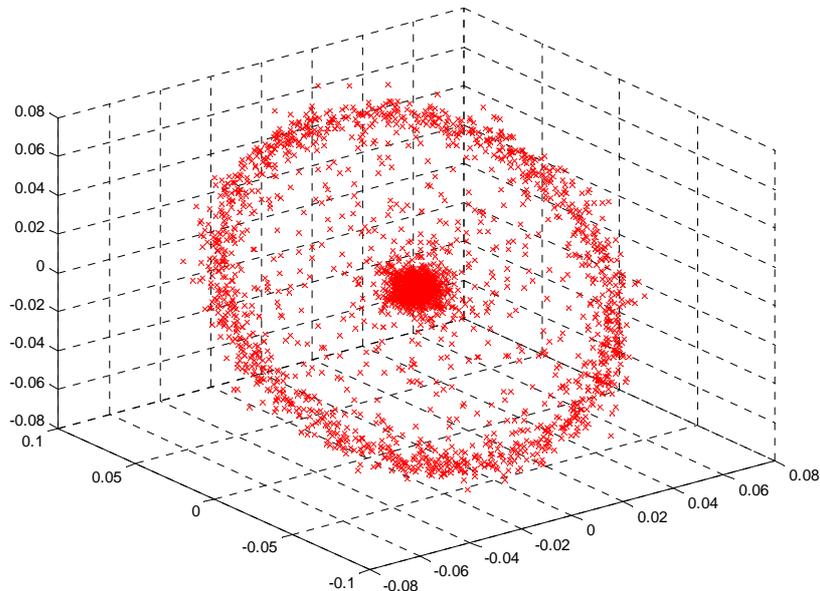


Figura 10.1: Rappresentazione nello spazio $O(x,y,z)$ del vettore $[x(t) \ y(t) \ z(t)]$ associato ad un segnale di modo S

La Figura 10.1 mostra la rappresentazione nel tempo del vettore $[x(t)y(t)z(t)]^T$ associato ad un segnale di modo S reale. Oltre alla circonferenza determinata dai campioni degli impulsi, sono presenti punti relativi ai campioni di rumore, che formano una “nuvola” nell’intorno dell’origine, ed i punti relativi ai campioni dei fronti di salita e discesa degli impulsi che sono in posizione intermedia tra l’origine e la circonferenza. Nella figura 10.1 troviamo inoltre una ulteriore conferma della caratteristica di *sparsity* delle sorgenti di modo S, potendo individuare tramite la trasformazione utilizzata due aree caratteristiche associate agli intervalli temporali in cui la sorgente emette, o non emette, segnale. Se il segnale ricevuto è composto dalla sovrapposizione di due sorgenti, i punti del vettore $[x(t)y(t)z(t)]^T$ associato, quando sono relativi ai soli campioni delle due sorgenti senza interferenza, descrivono due circonferenze contenute in piani differenti, con inclinazioni dipendenti dall’angolo di arrivo delle sorgenti all’array. La Figura 10.2 mostra la rappresentazione nello spazio cartesiano a tre dimensioni del segnale composto dalla sovrapposizione di due sorgenti. Si notano le due circonferenze relative ai campioni delle due sorgenti, i campioni del rumore nell’intorno dell’origine, e i campioni al di fuori delle circonferenze causati dall’interferenza tra le due sorgenti.

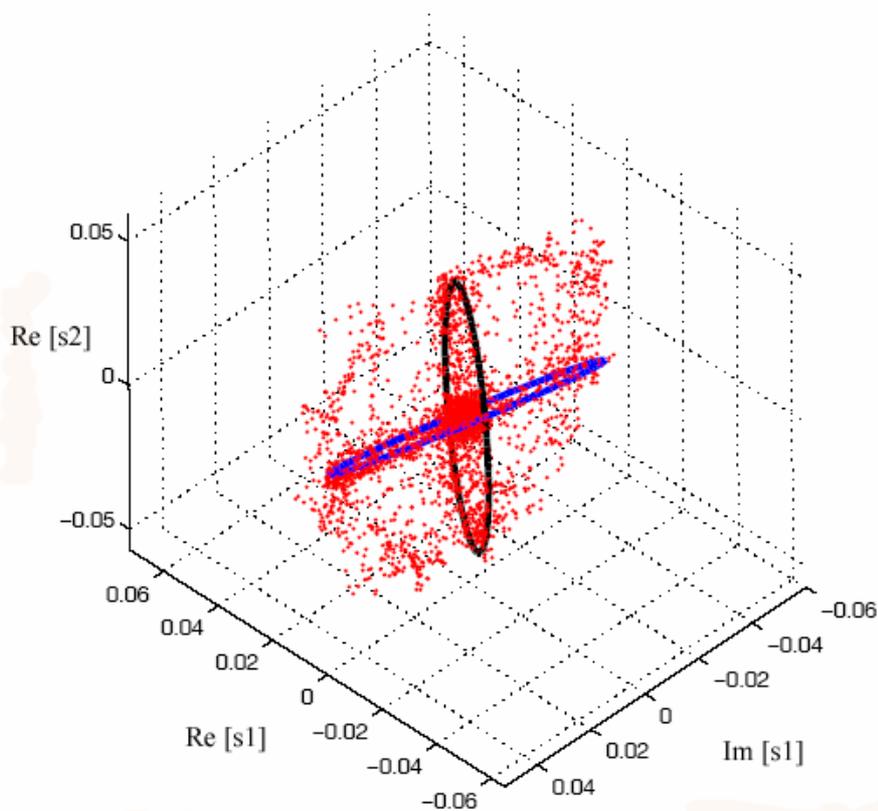


Figura 10.2: Rappresentazione nello spazio $O(x,y,z)$ del vettore $[x(t) y(t) z(t)]$ associato ad un segnale composto dalla sovrapposizione di due segnali di modo S

Lo scopo dell'algoritmo consiste nella stima dei parametri dei piani che contengono le circonferenze descritte dai campioni di ogni sorgente, in modo da estrarre i segnali di ognuno di essi e quindi separare le sorgenti. Come è evidente questo metodo presenta dei limiti nei confronti della differenza tra gli angoli di arrivo dei segnali, infatti se la differenza è troppo piccola non si riesce ad individuare e separare i due piani. Questo limite è presente anche per gli algoritmi algebrici (PA, EPA e PASA), tuttavia la tecnica *sparsity* ha il vantaggio di prescindere dalla differenza tra i tempi di arrivo dei segnali all'array, che invece rappresentava un ulteriore limite per gli algoritmi algebrici. Inoltre il metodo proposto non è una semplice applicazione di metodi già noti in letteratura [48], [49], [50] ai segnali SSR, in quanto i metodi noti sono implementati per lavorare con segnali reali e sono basati sulla rivelazione di linee in uno spazio a due dimensioni. Il metodo proposto utilizza segnali complessi e si basa sulla rivelazione di piani in uno spazio a tre dimensioni, ovvero, nel caso del metodo 8D, si basa sulla rivelazione di iperpiani in uno spazio a m -dimensioni.

10.1.2. Metodo globale

Il metodo globale prende in considerazione un blocco di segnale di durata T , composto dalla sovrapposizione di due sorgenti. Di conseguenza le variabili $x(t)$, $y(t)$ e $z(t)$, con $t \in [0:T]$,

compongono la matrice $\begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \mathbf{y}(t) \\ \mathbf{z}(t) \end{bmatrix}$. Come detto la rappresentazione dei vettori $[x(t)y(t)z(t)]^T$ nello

spazio $O(x,y,z)$ in funzione del tempo descrivono, oltre ai campioni di rumore, due circonferenze contenute in piani distinti, ipotizzando angoli di arrivo diversi per le sorgenti. Ogni piano nello spazio cartesiano a tre dimensioni è caratterizzato dal proprio vettore ortogonale \mathbf{n} . Nella notazione polare, un vettore è individuato dal suo modulo e dagli angoli θ e φ , rispettivamente l'angolo di azimut e di elevazione, e ogni piano è individuabile dalla coppia θ e φ del proprio vettore ortogonale. Il metodo globale consiste nel contare per ogni possibile piano, quindi per ogni coppia (θ, φ) , con $\theta \in [0, 2\pi]$, $\varphi \in [0, \pi]$, il numero di campioni di segnale contenuti, e quindi scegliere quelli ai quali sono associati il maggior numero di campioni. In questo modo si selezionano i due piani contenenti i campioni delle due sorgenti. Tuttavia la presenza di rumore fa sì che i punti siano posizionati in modo disallineato rispetto al piano che li dovrebbe contenere ed un conteggio così discreto può dare risultati non affidabili. Si introduce quindi una funzione di costo che tenga conto della possibilità di disallineamento dei punti rispetto ai piani, entro certi limiti:

$$C(\theta, \varphi) = \sum \exp \left(- \frac{(\angle(x[n], x_p[n]))^2}{2\sigma_\alpha^2} \right),$$

dove $x_p[n]$ è la proiezione del campione $x[n]$ sul piano individuato dal vettore ortogonale \mathbf{n} con direzioni (θ, φ) , e σ_α è l'errore accettabile sull'angolo tra $x[n]$ e $x_p[n]$. Calcolando la funzione C per tutte le coppie (θ, φ) si contano con una certa tolleranza, i punti afferenti a ciascun piano in funzione della direzione nello spazio. La Figura 10.3 mostra il grafico della funzione di costo C del segnale $s21$ [8], mostra il massimo in corrispondenza della coppia (θ, φ) che individua il vettore ortogonale al piano contenente i campioni del segnale.

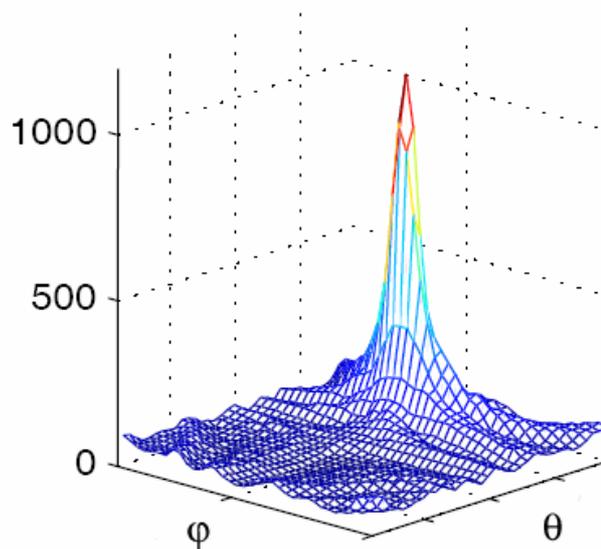


Figura 10.3: Grafico della funzione di costo C per il segnale $s21$ [4]

Se un segnale è composto dalla sovrapposizione di due sorgenti ci si aspetta che il grafico della funzione di costo presenti due massimi locali, corrispondenti alle coppie (θ, φ) che individuano i due vettori ortogonali ai piani contenenti i campioni delle due sorgenti. In realtà come mostrato in Figura 10.4, dove sono mostrate le funzioni di costo del segnale $s21$, $q10$ e della loro somma coerente, è possibile che a seguito della interferenza di due sorgenti, la funzione C presenti anche altri massimi locali dovuti a particolari distribuzioni di campioni generati dalla somma coerente dei segnali delle due sorgenti. In questo caso deve essere effettuato un test per scegliere idonei.

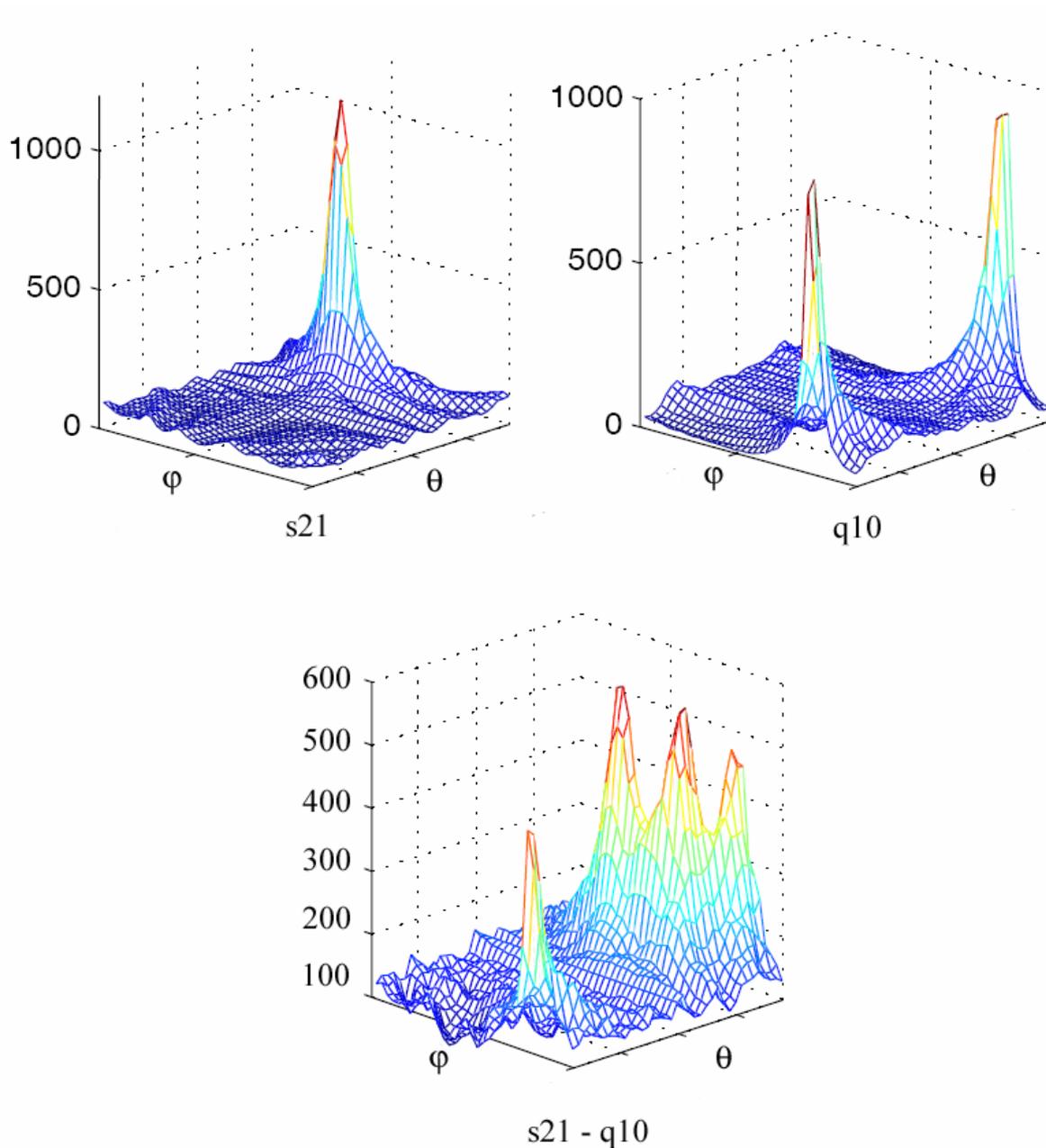


Figura 10.4: Funzione di costo dei segnali s_{21} , q_{10} e del segnale dato dalla loro somma coerente

I test per decidere quali massimi della funzione C corrispondono alle direzioni dei piani delle sorgenti, si effettuano sui campioni afferenti al piano individuato dal massimo locale: a) analisi della distribuzione di probabilità dei campioni, b) valutazione della kurtosi dei campioni, c) verifica della distribuzione bimodale dei campioni, d) valutazione della SVD dei campioni. Individuati, tramite i test, i massimi locali della funzione C relativi alle sorgenti, si determinano le corrispondenti coppie (θ, φ) . Ad ogni coppia (θ, φ) corrisponde un vettore ortogonale ad un piano, i campioni contenuti in ciascun piano individuato si utilizzano per costruire i vettori di array di ciascuna sorgente. La matrice composta dai vettori di array delle sorgenti è una stima della matrice

di mixing \mathbf{M} , come già spiegato nei capitoli precedenti, la sua pseudo-inversa fornisce la matrice di *beamformer* \mathbf{W} per la separazione delle sorgenti.

Di seguito lo schema dei passi dell'algorithm:

step	
1	Costruzione delle sequenze $x(t) = \text{Re}(s1)$; $y(t) = \text{Im}(s1)$; $z(t) = \text{Re}(s2)$
2	Calcolo della funzione di costo $C(\theta, \varphi)$, $C(\theta, \varphi) = \sum \exp \left(-\frac{(\angle(x[n], x_p[n]))^2}{2\sigma_\alpha^2} \right)$
3	Ricerca dei massimi locali della funzione $C(\theta, \varphi)$ ed individuazione dei possibili piani contenenti le sorgenti
4	Costruzione dei vettori di array \mathbf{m}_i , dai campioni contenuti in ogni piano individuato al punto 3, tramite SVD della matrice contenente i campioni selezionati
5	Se presenti più piani di quante sono le sorgenti rivelate, uso di test statistici per decidere quali preservare e quali scartare
6	Proiezione della matrice dati su ogni piano individuato ed estrazione della relativa sorgente

Il punto 6 è eseguito tramite la pseudo-inversa della matrice \mathbf{M} costruita con i vettori stimati nel punto 4, $\mathbf{S} = \mathbf{M}^\dagger \mathbf{X}$.

10.1.3. Metodo sequenziale

Il metodo sequenziale è stato implementato con lo scopo di ridurre il costo computazionale del calcolo della funzione di costo, presente nel metodo globale. Lo scopo è raggiunto considerando che se un campione afferisce ad una sorgente, è presumibile che anche gli L campioni consecutivi siano rappresentativi della stessa sorgente, con L pari al numero di campioni contenuti in un impulso di $0,5 \mu\text{s}$. Su ogni gruppo di L campioni consecutivi vengono stimati i parametri (θ, φ) del piano che li contiene, ovvero che meglio li approssima. Poiché le sorgenti descrivono circonferenze contenute su piani, i punti (θ, φ) ottenute dalle stime precedenti si dovranno accumulare intorno a dei valori rappresentativi dei parametri dei piani di ciascuna sorgente. Si effettua quindi una clusterizzazione per rivelare le coppie (θ, φ) rappresentative di ciascun piano delle sorgenti. A questo punto l'algorithm prosegue come nel metodo globale. La Figura 10.5 mostra la rappresentazione delle coppie (θ, φ) nel piano cartesiano, stimate su un segnale composto da una sola sorgente, come

prevedibile i punti si accumulano nell'intorno di un particolare valore (θ, φ) , la clusterizzazione dei punti fornisce la stima per (θ, φ) .

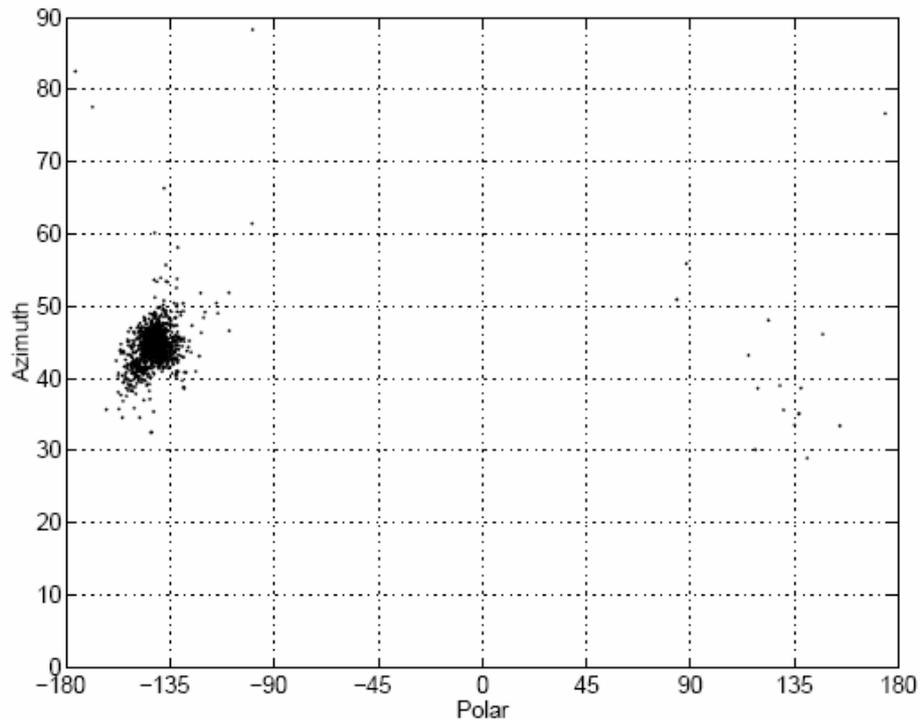


Figura 10.5: Rappresentazione delle coppie (θ, φ) stimate sul segnale s_{24}

Effettuando la stima dei parametri su un segnale composto dalla sovrapposizione di due sorgenti provenienti da angoli diversi, si ottiene una distribuzione attorno a due punti di accumulazione differenti. La Figura 10.6 mostra il risultato della stima sul segnale composto dalla sovrapposizione di due sorgenti, e la rivelazione di due cluster.

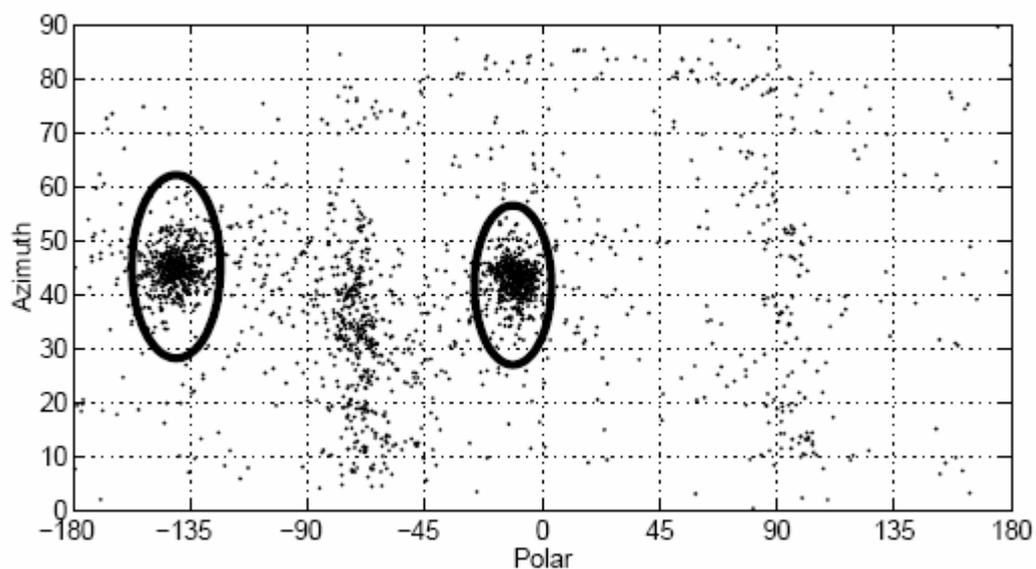


Figura 10.6: Rappresentazione delle coppie (θ, φ) stimate sul segnale composto dalla sovrapposizione dei segnali $s_{24} - s_{21}$ e detezione dei cluster

Di seguito lo schema con i passi dell'algorithmo:

step	
1	Costruzione delle matrici $\mathbf{X}_n = \begin{bmatrix} x[n] \cdots x[n+L-1] \\ y[n] \cdots y[n+L-1] \\ z[n] \cdots z[n+L-1] \end{bmatrix}$, per $n \in \{1, \dots, N-L\}$
2	Stima dei parametri (θ, φ) sulle matrici \mathbf{X}_n
3	Clusterizzazione dei risultati delle stime del punto 2 e rivelazione dei piani contenenti le sorgenti
4	Se presenti più piani di quante sono le sorgenti rivelate, uso di un test per decidere quali preservare e quali scartare
5	Costruzione dei vettori di array \mathbf{m}_i , dai campioni contenuti in ogni piano individuato al punto 3
6	Proiezione della matrice dati su ogni piano individuato ed estrazione della relativa sorgente

Il passo 2 viene eseguito tramite la SVD della matrice \mathbf{X}_n , il vettore ortogonale al piano è il terzo vettore singolare sinistro della SVD (possibile nello spazio a tre dimensioni, in quanto i vettori singolari sinistri sono una base ortonormale del sottospazio individuato dallo span delle colonne di \mathbf{X}). Il passo 3 contiene il guadagno in termini di costo computazionale rispetto al metodo globale. Infatti, aumentando il numero di canali di ricezione utilizzati, quindi la dimensione dello spazio rappresentativo del segnale, si osserva un aumento esponenziale del costo computazionale per il calcolo della funzione di costo. Al contrario, nel processo di clusterizzazione, l'aumento delle dimensioni dello spazio dei parametri implica la definizione di un nuovo operatore distanza, con un costo computazione che cresce in modo lineare con l'aumento di dimensioni.

10.2. Algoritmo 8D

L'algorithmo 8D è stato sviluppato per utilizzare un ricevitore a quattro canali connessi ad altrettanti elementi contigui di un array uniforme e lineare. Si hanno a disposizione così otto sequenze ottenute dalle altrettanti componenti in fase e quadratura di ciascun canale ricevente. La matrice $\mathbf{X}_{8 \times N}$ composta dagli otto vettori individua un sottospazio contenuto in uno spazio a otto dimensioni. L'approccio dell'algorithmo è simile a quello 3D: si stima il sottospazio che contiene i campioni delle sequenze dei segnali, vengono scartate le stime non attendibili, si effettua una clusterizzazione

per stimare i parametri dei sottospazi contenenti le sorgenti, e tramite una proiezione si estraggono le sorgenti. Le differenze con l'algoritmo 3D consistono nel fatto che in uno spazio a tre dimensioni, un sottospazio a due dimensioni è individuabile tramite il suo vettore ortogonale, cosa non realizzabile in uno spazio a più dimensioni. Quindi per ogni intervallo di campioni su cui si eseguono le stime, si estraggono due vettori: i primi due autovettori relativi ai due valori singolari più alti. Inoltre per ottenere stime più precise tramite più campioni, vengono usate tre finestre di forma diversa in parallelo sul segnale, lungo le colonne della matrice \mathbf{X} . La prima è ampia $0,2 \mu\text{s}$, la seconda è composta da due sottofinestre di $0,2 \mu\text{s}$ distanziate di $1 \mu\text{s}$, e la terza è composta da tre sottofinestre di $0,2 \mu\text{s}$ distanziate di $1 \mu\text{s}$. La Figura 10.7 mostra una rappresentazione schematica dell'uso delle tre finestre su un segnale composto dalla sovrapposizione di due sorgenti, per evidenziare la possibilità di prelevare campioni solo da una sorgente. I due segnali di esempio sono mostrati distinti e non sommati.

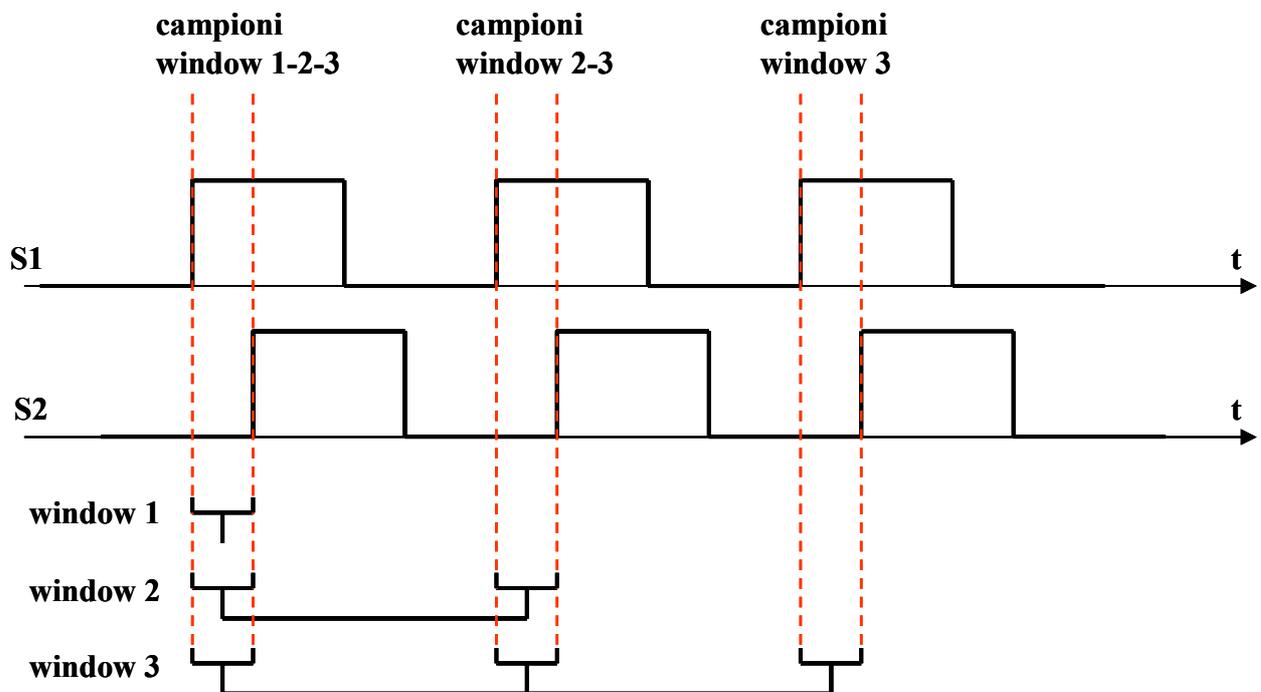


Figura 10.7: Concetto di sub-finestre consecutive per la stima dei parametri

In questo modo, in caso di sovrapposizione tra due sorgenti, almeno una delle tre finestre usate presenterà campioni afferenti ad una sola sorgente. Poiché le stime vengono comunque effettuate su tutte le finestre impiegate, sono utilizzati dei test per scartare gli intervalli che non darebbero delle stime attendibili. I test sono: a) controllo sull'ampiezza, b) controllo sul rumore, c) controllo sull'unicità della sorgente. Il controllo a) serve a verificare che l'ampiezza dei campioni della finestra sia costante entro certi limiti, cioè che i campioni prelevati appartengano tutti ad un

impulso. Il controllo b) evita che nella finestra sotto osservazione siano presenti campioni di solo rumore, ed infine il controllo c), tramite una SVD dei campioni della finestra e l'analisi dei valori singolari, stima quante sorgenti sono presenti nella finestra, se sono presenti più di una sorgente la finestra viene scartata. Prelevati tutti i campioni che soddisfano i controlli, sulle finestre scorrevoli sono stimati i vettori della di array, prendendo i due autovettori relativi ai due valori singolari maggiore. L'algoritmo da questo punto prosegue come nel caso 3D, con la clusterizzazione e l'estrazione delle sorgenti.

Di seguito lo schema dei passi dell'algoritmo:

step	
1	Costruzione della matrice dati $\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1[n] \\ \vdots \\ \mathbf{x}_s[n] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Re}[\mathbf{s}_1[n]] \\ \text{Im}[\mathbf{s}_1[n]] \\ \vdots \\ \text{Im}[\mathbf{s}_s[n]] \end{bmatrix}$
2	Acquisizione dei campioni della matrice \mathbf{X} tramite finestre scorrevoli
3	Test a)ampiezza, b)rumore, c)unicità, sui campioni acquisiti dalle finestre scorrevoli
4	Stima dei parametri: autovettori relativi ai primi due valori singolari dei campioni che passano i test del passo 3
5	Processo di clusterizzazione e stima dei sottospazi contenenti le sorgenti
6	Proiezione della matrice dati su ogni sottospazio individuato ed estrazione della relativa sorgente

10.3. Nota sul processo di clusterizzazione

Gli algoritmi basati sul concetto di *sparsity* qui presentati, fanno ricorso ad un processo di clusterizzazione (tranne il metodo 3D globale). Il processo di clusterizzazione serve a suddividere gli elementi di un insieme in cluster, in base a certe caratteristiche (es. colore, cardinalità etc.). Per lo scopo degli algoritmi presentati, nei cluster individuati deve essere minimizzata la distanza reciproca degli elementi che li compongono. A tale scopo si presta l'algoritmo *k-means*, utilizzato in matlab per le simulazioni tramite la funzione proprietaria "*kmeans.m*" in modo tale da ricevere i vettori composti dalle stime effettuate sui campioni dei segnali, e suddividerli in cluster che identificano dei sottospazi composti da vettori tra i quali risulta minimizzata la distanza. L'algoritmo K-means necessita come input il numero di cluster da definire, quindi in questo caso il numero di sorgenti presenti. L'algoritmo è di tipo iterativo, in ogni iterazione calcola i centroidi dei

cluster e i punti ad esso afferenti, cercando di minimizzare la varianza intra-cluster. La descrizione formale dell'algorithm *k-means* può essere trovata in [52].

10.4. Prestazioni algoritmi sparsity

In questa sezione sono presentati i risultati ottenuti dai test eseguiti per la valutazione delle performance degli algoritmi *sparsity*. L'obiettivo di tali algoritmi consiste nella rilevazione e separazione di segnali sovrapposti, anche nei casi di differenza tra i tempi di arrivo molto bassa ($< 2 \mu\text{s}$). In tale ottica le prove effettuate sono state mirate a valutare il *success rate* degli algoritmi su segnali composti da due segnali di modo S sovrapposti, in funzione della differenza tra i tempi di arrivo. Il primo test ha valutato le prestazioni dell'algorithm 3D (schema sequenziale) e 8D, valutando la capacità di rilevare e separare due segnali di modo S sovrapposti, con una differenza tra i tempi di arrivo compresa tra 0 e $10 \mu\text{s}$. Per eseguire questo test sono stati utilizzati segnali completamente sintetizzati, i risultati ottenuti sono mostrati nella Figura 10.8.

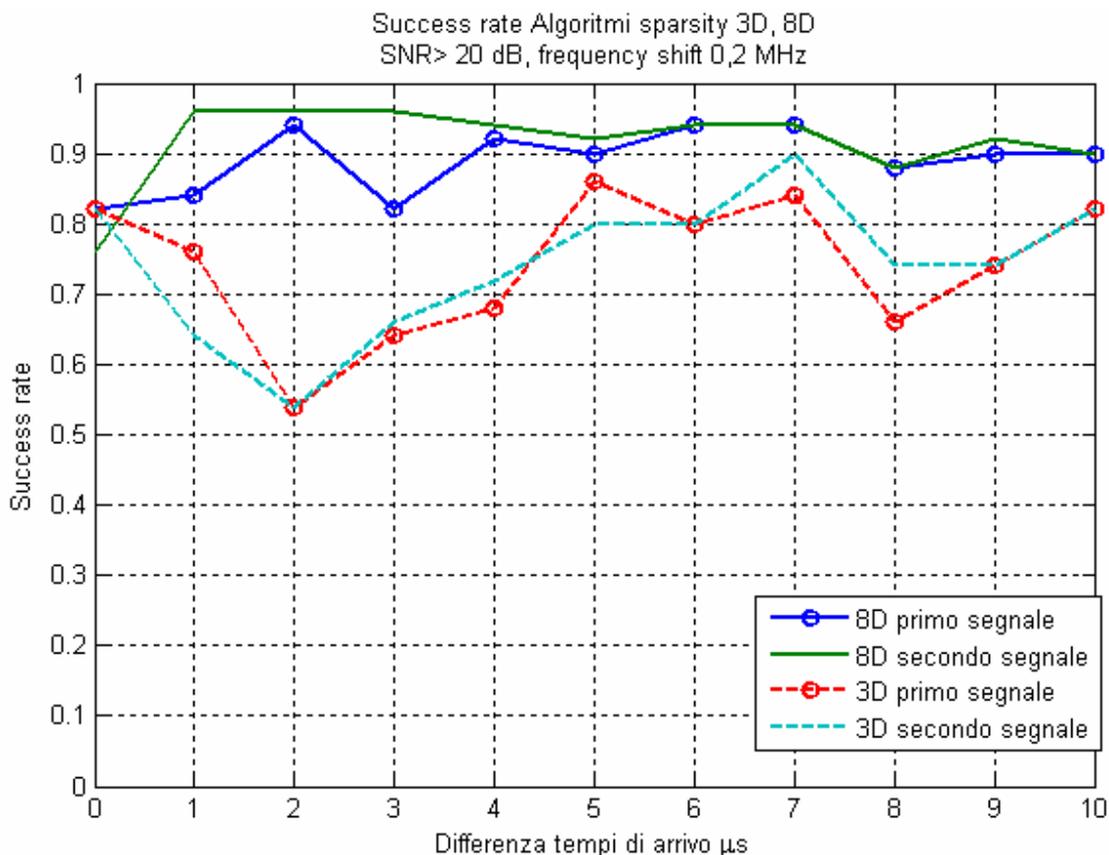


Figura 10.8: Success rate algoritmi sparsity 3D e 8D, performance in funzione della differenza tra i tempi di arrivo. Segnali simulati con SNR > 20 dB, e differenza di frequenza pari a 0,2 MHz.

La Figura 10.8 mostra che gli algoritmi *sparsity* riescono nell'intento prefissato, cioè la possibilità di rilevare e separare segnali anche con un ritardo temporale nullo, e comunque inferiore a $2 \mu s$ (limite degli algoritmi PE e EPA). Tuttavia si deve sottolineare che i risultati sono stati ottenuti su segnali completamente simulati, per i quali non si possono riprodurre fedelmente gli effetti di propagazione e ricezione, e con i quali si ottengono prestazioni generalmente migliori rispetto a quelle che si ottengono con i segnali reali. Sono stati utilizzati segnali simulati, in quanto i test svolti sono stati i primi immediatamente successivi alla fase di implementazione degli algoritmi. La seconda fase di test, prevede l'adattamento degli algoritmi per il loro uso con segnali reali. La fase di adattamento richiede una attenta analisi ai fini della valutazione delle caratteristiche del sistema di acquisizione usato, in modo da determinare i parametri idonei per l'esecuzione degli algoritmi. In questa fase sono determinati valori specifici del sistema di acquisizione che fornisce i segnali (dinamica, livello di rumore, guadagno della catena di ricezione) e sulla base di queste caratteristiche sono adattati i parametri variabili degli algoritmi (soglia sul rumore, forme e dimensioni delle finestre di acquisizione, soglie per il clustering). Il processo di adattamento, risulta quindi specifico in relazione al sistema fisico di ricezione in cui si vuole inserire l'algoritmo, e può richiedere tempo a causa delle numerose prove ed regolazioni ottenute dal feedback delle prove. Tutto ciò premesso un primo adattamento dell'algoritmo *sparsity* 8D ha permesso di ottenere dei risultati preliminari utilizzando segnali reali-semisimulati, cioè composti dalla sovrapposizione nel tempo di due segnali reali di modo S, sommati coerentemente. Il test fornisce le prestazioni in funzione di una differenza tra i tempi di arrivo variabile in $[0 : 2,5] \mu s$. Sono stati utilizzati 100 segnali sovrapposti, selezionando i singoli segnali in modo tale da presentare un SNR finale maggiore di 20 dB, lasciando inalterata la frequenza centrale delle portanti di ciascuna sorgente. La Figura 10.9 mostra i risultati ottenuti confrontati con l'algoritmo PA, come previsto utilizzando segnali reali i risultati differiscono dai precedenti (figura 10.8) e le prestazioni diminuiscono sensibilmente. Tuttavia, quando la differenza tra i tempi di arrivo è inferiore a $2 \mu s$, l'algoritmo 8D riesce a rilevare e separare i segnali sovrapposti, quando la differenza tra i tempi di arrivo cresce, prevalgono le prestazioni dell'algoritmo PA.

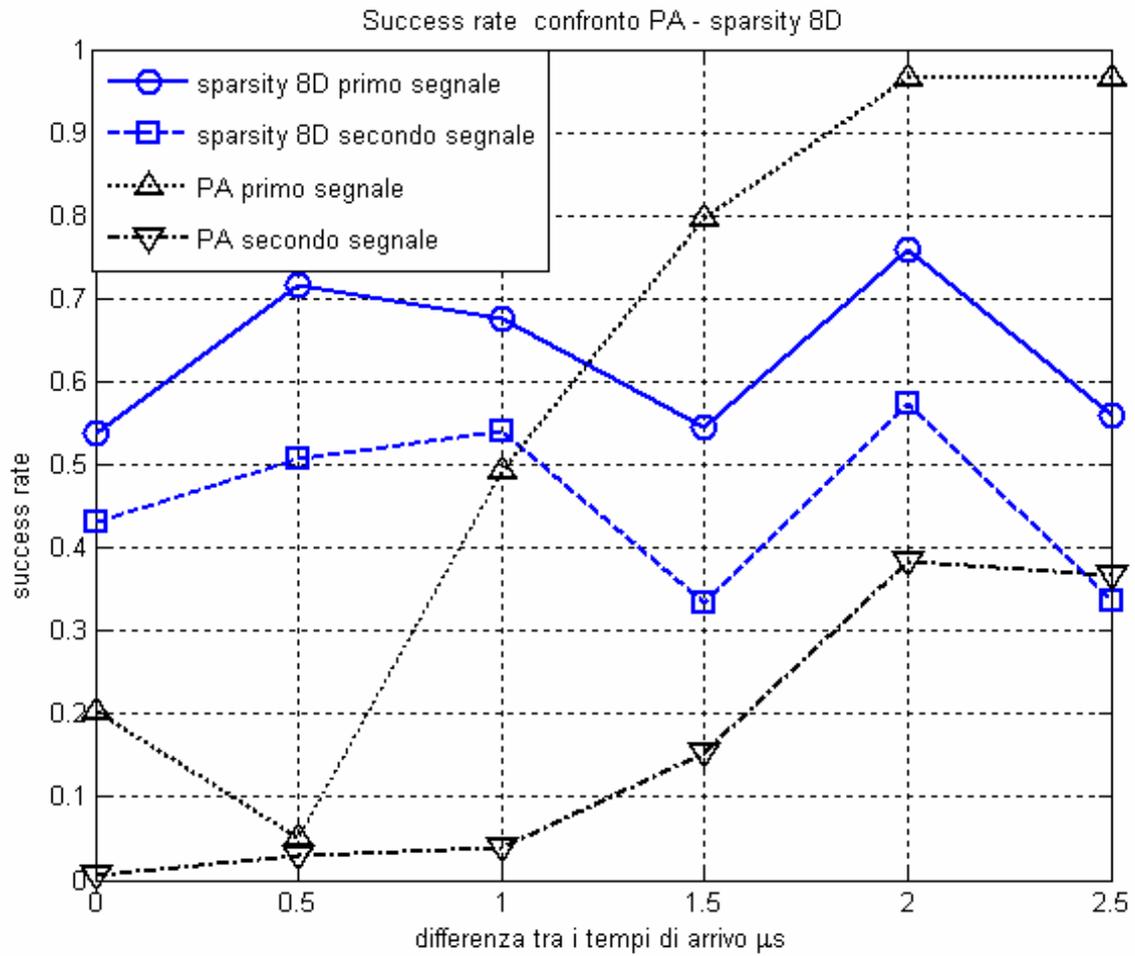


Figura 10.9: Confronto PA – sparsity 8D, segnali reali semi-simulati con piccole differenze tra i tempi di arrivo, frequenza centrale inalterata, SNR>20 dB

11. Capacità di canale

In questa sezione viene mostrato in che modo l'uso degli algoritmi proposti, migliora la capacità del canale a 1090 MHz in termini di corretta decodifica in condizioni di segnali sovrapposti o parzialmente sovrapposti. Altri studi hanno analizzato la capacità del canale a 1090 MHz [53], [54], [27], mettendo in evidenza e quantificando come le interferenze influiscano negativamente sulla ricezione dei segnali e sulla qualità e consistenza della sorveglianza del traffico aereo tramite sistemi basati sul canale a 1090 MHz. In particolare EUROCONTROL ha svolto studi [55] di previsione del traffico nel medio e lungo periodo, per prevedere le capacità di ricevitori ADS-B in tali ambienti. Per valutare i vantaggi derivati dall'utilizzo degli algoritmi proposti in un ricevitore a 1090 MHz si utilizza come termine di confronto la probabilità di ricevere segnali liberi da interferenze, in un determinato ambiente. L'ambiente considerato comprende solo i segnali di modo S e viene definito in base al tasso di FRUIT (par. 3.1) presente, e la probabilità di ricezione senza interferenze viene calcolata in un preciso punto della catena ricevente. La Figura 11.1 mostra lo schema a blocchi semplificato di un ricevitore di segnali a 1090 MHz, nella configurazione standard, ed in quella provvista di signal processing deputato alla implementazione degli algoritmi proposti. Inoltre è evidenziato il punto in cui viene calcolata la probabilità di ricezione di segnali privi di interferenze. La probabilità di ricezione viene calcolata immediatamente a monte del blocco decodifica, in modo da ottenere dei risultati che prescindano dalla implementazione specifica delle tecniche di rivelazione del preambolo e decodifica.

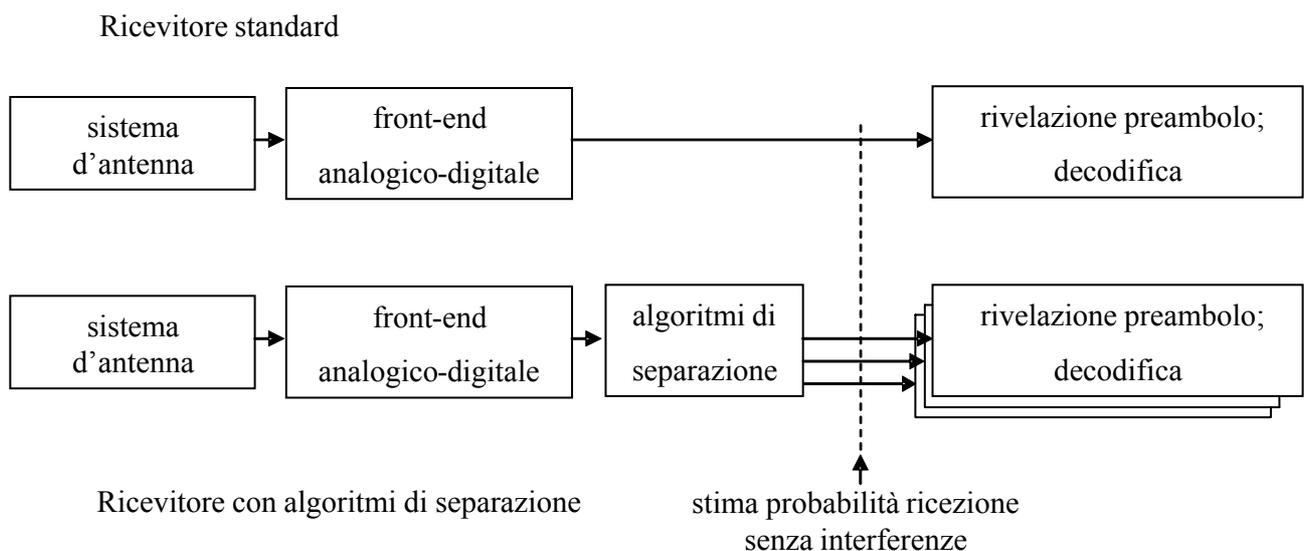


Figura 11.1: Schemi a blocchi di un ricevitore di segnali a 1090 MHz con e senza il blocco in cui sono implementati gli algoritmi di separazione

La capacità di canale è stata valutata mettendo a confronto tre ricevitori: il primo è un ricevitore standard [5] in cui non sono implementati gli algoritmi di separazione, il secondo è un ricevitore in cui è implementato l'algoritmo di separazione PASA ed il terzo è un ricevitore multi-canale in cui è implementato l'algoritmo EPA. Le stime della probabilità di ricezione senza interferenza sono ottenute in funzione del tasso di FRUIT dell'ambiente considerato ed in funzione della probabilità di separazione dell'algoritmo implementato nel ricevitore. Per semplificazione, la probabilità di separazione degli algoritmi è stata discretizzata in funzione del grado di sovrapposizione dei segnali e del numero di segnali sovrapposti: per l'EPA, in accordo alle prestazioni mostrate nel capitolo 8, è stato considerato un ritardo temporale minimo di $3 \mu s$, al di sotto del quale la probabilità di separazione è assunta nulla, ed al di sopra è funzione del numero di segnali sovrapposti. Per il PASA, considerate le prestazioni mostrate nel capitolo 9, è stato considerato come limite un ritardo temporale di $8 \mu s$ ed un massimo di due segnali sovrapposti. La Tabella 11.1 riassume le probabilità di separazione dei tre ricevitori messi a confronto, in funzione del numero di segnali sovrapposti in ingresso. Ovviamente il ricevitore standard non è in grado di separare i segnali, quindi la probabilità associata (quando in ingresso vi è un segnale sovrapposto), è posta pari a zero. Tuttavia ciò non tiene conto che anche in caso di sovrapposizione con un ritardo relativo appropriato ($> 8 \mu s$), il preambolo del primo segnale viene rivelato e viene avviata la decodifica, che potrebbe dare anche un risultato privo di errori. Allo stesso modo, per i ricevitori PASA e EPA, alcuni segnali non separati potrebbero essere decodificati correttamente. Quindi la scelta di non valutare la rivelazione del preambolo e la decodifica, vincola ad ottenere dei risultati conservativi, che in alcuni casi sottostimano la probabilità effettiva di corretta ricezione. Comunque tale scelta permette un confronto tra i ricevitori ponendoli nelle stesse condizioni.

Segnale ricevuto	Standard	PASA	EPA
		Ritardo minimo $8 \mu s$	Ritardo minimo $3 \mu s$
2 sovrapposti	0,07	0.85	1
3 sovrapposti	0	0	0,9
4 sovrapposti	0	0	0,93
>4 sovrapposti	0	0	0,92

Tabella 11.1: Probabilità di separazione dei ricevitori considerati per la stima della capacità di canale

11.1. Stima della capacità del canale a 1090 MHz

L'analisi qui svolta è limitata alla stima della probabilità di ricezione di uno squitter esteso di modo S libero da interferenze: P_{free} . Il ricevitore sotto test si considera inserito in uno scenario caratterizzato da un proprio tasso di FRUIT globale, composto da segnali di modo S. Le sorgenti di interferenza sono considerate indipendenti una dall'altra, senza distinzione tra sorgenti di modo S, convenzionali o veicolari. Sotto queste condizioni, i tempi di arrivo dei segnali all'antenna del ricevitore sotto test sono distribuiti secondo una poissoniana di parametro $\lambda [s^{-1}]$, funzione del tasso di FRUIT. Quindi la probabilità di ricevere n segnali durante un intervallo di tempo T è pari a:

$$P(n) = \frac{(\lambda T)^n}{n!} \exp(-\lambda T).$$

Considerato che lo squitter esteso di modo S ha una durata di $120 \mu s$, la probabilità di avere zero interferenti e::

$$P_{free} = \exp(-\lambda \cdot 120 \cdot 10^{-6}).$$

Nella precedente espressione il parametro λ deve essere corretto tramite un fattore di peso α che tiene conto della particolare distribuzione delle sorgenti nello scenario ipotizzato. Infatti, fissata la distanza tra il ricevitore e la sorgente desiderata, le interferenze da sorgenti più distanti, essendo ricevute a potenza inferiore rispetto al segnale desiderato, possono essere escluse e non considerate nella stima della capacità di canale. Calcolando la P_{free} in funzione di α , con $\alpha \in [0:1]$ si ottiene l'andamento della capacità di canale in funzione della distanza della sorgente desiderata dal ricevitore in esame. Per ottenere la stima della capacità di canale, utilizzando i ricevitori con gli algoritmi EPA e PASA, si introducono i seguenti eventi, considerati disgiunti ed indipendenti:

$$\begin{aligned} A: & \{0 \text{ segnali nell'intervallo } [0 \div t_{ES}]\} \\ B: & \{0 \text{ segnali nell'intervallo } [t_{lim} \div t_{ES}]\} \\ C: & \{1 \text{ segnale nell'intervallo } [t_{lim} \div t_{ES}]\} \\ D: & \{2 \text{ segnali nell'intervallo } [t_{lim} \div t_{ES}]\} \\ E: & \{3 \text{ segnali nell'intervallo } [t_{lim} \div t_{ES}]\} \\ F: & \{0 \text{ segnali nell'intervallo } [0 \div t_{lim}]\} \end{aligned}$$

dove t_{ES} è la durata dello squitter esteso di modo S ($120 \mu s$), t_{lim} è il ritardo minimo sotto il quale l'algoritmo non può funzionare, cioè di $3 \mu s$ per l'EPA e di $8 \mu s$ per il PASA. Sono stati trascurati i casi risultati estremamente improbabili dalle misure fatte [8], di avere più di tre interferenti simultaneamente nel tempo t_{ES} .

a) ricevitore standard

Per il ricevitore standard la probabilità di ricevere segnali liberi da interferenze è pari a:

$$P_{free} = P(A) = \exp(-\alpha \lambda \cdot 120 \cdot 10^{-6}).$$

b) ricevitore PASA

Il ricevitore PASA è in grado di separare al più due segnali sovrapposti con un ritardo temporale minimo di $8 \mu\text{s}$. Quindi oltre alla probabilità di non ricevere alcun segnale interferente nel tempo $[0 : 120] \mu\text{s}$, si deve considerare anche la probabilità di ricevere un segnale interferente nel tempoo $[8 : 120] \mu\text{s}$:

$$\begin{aligned} P_{free} &= P(B \cup C | F) = \frac{P((B \cup C)F)}{P(F)} = \frac{P(BF \cup CF)}{P(F)} = \\ &= \frac{P(BF) + P(CF)}{P(F)} = \frac{P(A) + P(C)P(F)}{P(F)} = \\ &= \frac{P(A)}{P(F)} + P(C) \end{aligned}$$

Considerato il modello di poissoniano di parametro $\alpha\lambda$ e pesando con la probabilità di separazione del PASA si ottiene:

$$P_{free} = \frac{P(A)}{P(F)} + 0,85 P(C) = \frac{\exp(-\alpha\lambda t_{ES})}{\exp(-\alpha\lambda t_{lim})} + 0,85 \alpha\lambda (t_{ES} - t_{lim}) \exp(-\alpha\lambda (t_{ES} - t_{lim})).$$

c) ricevitore EPA

Il ricevitore EPA è in grado di risolvere casi di ricezione multipla, con le probabilità di separazione mostrate in Tabella 11.1. Per stimare la probabilità di ricezione di segnali liberi da interferenze, si prendono in considerazione anche i casi di sovrapposizione di due, tre o quattro segnali:

$$\begin{aligned} P_{free} &= P(B \cup C \cup D \cup E | F) = \frac{P((B \cup C \cup D \cup E)F)}{P(F)} = \\ &= \frac{P(BF \cup CF \cup DF \cup EF)}{P(F)} = \frac{P(BF) + P(CF) + P(DF) + P(EF)}{P(F)} = \\ &= \frac{P(A) + P(C)P(F) + P(D)P(F) + P(E)P(F)}{P(F)} = \\ &= \frac{P(A)}{P(F)} + P(C) + P(D) + P(E) \end{aligned}$$

Quindi introducendo il modello poissoniano di parametro $\alpha\lambda$ e pesando con le probabilità di separazione della Tabella 11.1, si ottiene:

$$\begin{aligned}
P_{free} &= \frac{P(A)}{P(F)} + 0,9 P(C) + 0,93 P(D) + 0,92 P(E) \\
&= \frac{\exp(-\alpha\lambda t_{ES})}{\exp(-\alpha\lambda t_{lim})} + 0,9 \alpha\lambda (t_{ES} - t_{lim}) \exp(-\alpha\lambda (t_{ES} - t_{lim})) + \dots \\
&\dots + 0,93 \frac{[\alpha\lambda (t_{ES} - t_{lim})]^2}{2!} \exp(-\alpha\lambda (t_{ES} - t_{lim})) + 0,92 \frac{[\alpha\lambda (t_{ES} - t_{lim})]^3}{3!} \exp(-\alpha\lambda (t_{ES} - t_{lim}))
\end{aligned}$$

La Figura 11.2 mostra i risultati ottenuti in un ambiente caratterizzato da un FRUIT rate di 50.000 segnali/s, che rappresenta il tasso stimato da EUROCONTROL [55] in un aeroporto di grandi dimensioni del centro Europa. La linea continua rappresenta i risultati per il ricevitore standard, la linea a punti i risultati per il ricevitore PASA e la linea a trattini i risultati per il ricevitore EPA. I risultati mostrano che, fissando al 90% la probabilità di ricezione di segnali privi di interferenze, utilizzando il ricevitore PASA si può sostenere un aumento di circa il 400 % del tasso di FRUIT rispetto ad un ricevitore standard, tale valore aumenta notevolmente (~ 1000 %) utilizzando un ricevitore EPA.

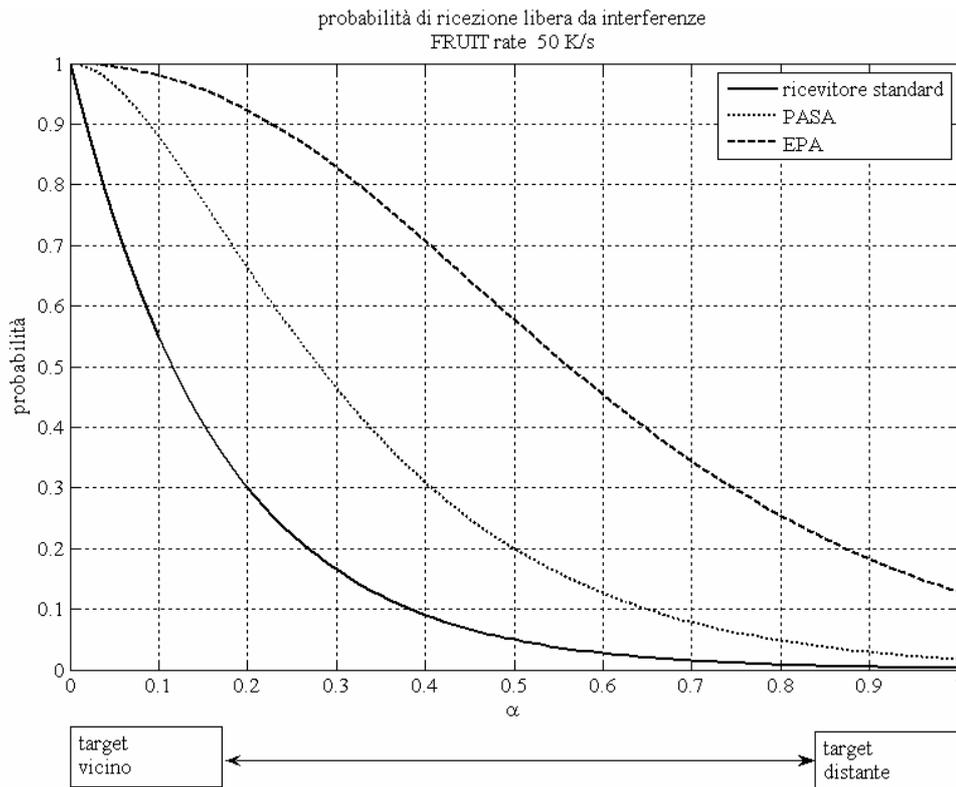


Figura 11.2: Stima della capacità di canale con FRUIT rate di 50 K

Conclusioni

Gli obiettivi del lavoro sono lo studio del problema del *garbling* dei segnali ATC a 1090 MHz, e la definizione di tecniche atte a contrastarne le conseguenze. Nel campo di definizione dei segnali ATC a 1090 MHz rientrano tutti i tipi di segnali trasmessi da dispositivi denominati transponder installati a bordo di aeromobili civili e militari. Nella stessa categoria, per gli scopi degli studi effettuati, sono ricompresi anche i segnali trasmessi dai transponder veicolari, installati su veicoli terrestri impiegati nelle aree aeroportuali. Questi segnali, a seconda del protocollo utilizzato, sono classificati come di modo convenzionale ovvero di modo S. Essi possono essere trasmessi in risposta ad una opportuna interrogazione da parte di una stazione di terra (radar secondario, sistema di multilaterazione), ovvero possono essere trasmessi in modo spontaneo dal transponder (ADS-B). Il fattore comune a tutte le tipologie di segnale è la frequenza della portante della radiofrequenza trasmessa dai transponder (avionici e veicolari). Essa è 1090 MHz, con una tolleranza di ± 1 MHz. In tale contesto si collocano i dispositivi per la ricezione dei segnali a 1090 MHz: radar secondario di sorveglianza, stazioni di multilaterazione, stazioni ADS-B. Il problema oggetto dello studio, trova applicazione nella ricezione dei segnali, la quale può essere limitata dalla possibilità di sovrapposizione nel tempo di segnali trasmessi da due o più sorgenti distinte. Questo tipo di problema, denominato *garbling*, è tanto più probabile quanto l'ambiente in cui è posizionato il sistema ricevente è caratterizzato da una alta densità di traffico. Inoltre il fenomeno, soprattutto in scenari futuri del breve periodo, può degradare le prestazioni dei sistemi dotati di antenne omni-direzionali in ricezione.

Lo studio eseguito ha portato alla definizione di diverse tecniche per la rilevazione e separazione di segnali sovrapposti:

-algoritmi basati su tecniche di array processing: **PA**, **EPA**, **sparsity 3D**, **8D**;

-algoritmo per singola antenna: **PASA**.

La prima categoria include degli algoritmi il cui funzionamento prevede l'uso di una antenna ad array lineare, ed un ricevitore multi-canale, in cui ogni canale è connesso ad un elemento dell'array. L'algoritmo **PASA** è sviluppato per funzionare su ricevitori a singolo canale connessi ad una antenna omni-direzionale, come quelli attualmente in uso. Il **PA** e l'**EPA** sono algoritmi di tipo algebrico che sfruttano la diversità d'antenna per separare segnali provenienti da direzioni differenti. Il **PA** è concepito per rilevare e separare al più due sorgenti, l'**EPA** può gestire casi in cui siano presenti anche più di due sorgenti. I limiti di questi algoritmi risiedono nella necessità di avere dei supporti temporali in cui sia presente una sola sorgente, e nella necessità di una differenza tra le

direzioni di arrivo dei segnali. Gli algoritmi basati sul concetto di *sparsity*, denominati **3D** e **8D**, si basano su un approccio geometrico per rilevare dei parametri di ciascuna sorgente presente ed utilizzarli per l'estrazione dei segnali separati. Gli algoritmi **3D** e **8D** sfruttano le proprietà di *sparsity* delle sorgenti, per procedere nella stima dei parametri anche nei casi in cui non vi siano supporti temporali con una sorgente sola (sovrapposizione totale). Anche in questo caso il limite di utilizzo risiede nella necessità di una differenza tra le direzioni di arrivo dei segnali. L'algoritmo **PASA** è un adattamento dell'algoritmo **PA**, per essere utilizzato in ricevitori standard con un canale ricevente connesso ad una antenna omni. Il **PASA** si basa su di un ridimensionamento dei dati, che permette di sfruttare la diversità nel tempo dei segnali sovrapposti, rappresentata dallo *shift* in frequenza tra le sorgenti sovrapposte. I limiti del **PASA** risiedono sulla necessità di ricevere segnali caratterizzati da una differenza tra le frequenze portanti delle sorgenti, e nella presenza di supporti temporali in cui sia presente una sola sorgente.

Gli algoritmi sono stati studiati e sviluppati, in collaborazione con: il Prof. N. Petrochilos (University of Hawaii / University of Reims). Per valutare le prestazioni degli algoritmi sono stati eseguiti diversi test, utilizzando segnali simulati e segnali reali registrati. Per ampliare la casistica a disposizione sono stati largamente utilizzati segnali ottenuti dalla somma coerente di segnali singoli reali, opportunamente elaborati. In questo modo è stato possibile valutare le prestazioni in funzione

- della differenza tra i tempi di arrivo,
- della differenza tra le direzioni di arrivo,
- della differenza tra le frequenze delle sorgenti
- del rapporto in potenza tra i segnali sovrapposti.

Infine è stato valutato come può variare la capacità di canale, in termini di probabilità di sorveglianza, implementando gli algoritmi proposti, in un ricevitore situato in un ambiente dotato di una certa densità di traffico.

I risultati ottenuti dai test per la valutazione delle prestazioni permettono di effettuare le seguenti considerazioni generali sugli algoritmi implementati:

PA: è in grado di rilevare e separare al più due segnali di modo *S* sovrapposti. Per funzionare necessita di una antenna ad array di *m* elementi, anche non calibrato, e un ricevitore multi-canale, in cui ogni canale è connesso a ciascun elemento dell'array. I limiti riscontrati risiedono nella necessità di supporti temporali in cui vi siano le sorgenti libere da interferenze, quindi in un ritardo temporale tra i segnali sovrapposti superiore a $2 \mu\text{s}$. Ulteriore limite risiede nella differenza tra le direzioni di arrivo dei segnali sovrapposti, che deve essere di almeno $3,5^\circ$ per un SNR di 20 dB. L'algoritmo, quando sono soddisfatte le condizioni suddette, consente delle prestazioni ottime (successo > 99 % dei casi).

EPA: può rilevare e separare un numero d di sorgenti sia convenzionali che di modo S, limitato dal numero m di elementi dell'array. Anche questo algoritmo necessita di un array con m elementi per separare d sorgenti, non calibrato e un ricevitore multi-canale. I limiti in termini di differenza tra le direzioni di arrivo sono i medesimi riscontrati per il PA. Per poter funzionare necessita che ad ogni iterazione vi sia un supporto temporale in cui vi sia una sola sorgente. Da una analisi statistica dei dati registrati, emerge che il numero ottimo di elementi per l'array è pari a 4, infatti sovrapposizioni con un numero maggiore di segnali hanno una frequenza sperimentale molto bassa. Le prestazioni dell'algoritmo sono ottime, con un successo nel 90% dei casi globali includendo anche i casi che non rientrano nei limiti vincolanti delle direzioni e dei tempi di arrivo.

PASA: è un adattamento dell'algoritmo PA al caso di uso di ricevitore monocanale con antenna omni-direzionale. Le prestazioni sono limitate dalla presenza di un supporto temporale in cui vi sia una sola sorgente, che, data la tecnica di ridimensionamento, impone una differenza tra i tempi di arrivo di almeno $8 \mu s$. Ulteriore limite consiste nella differenza tra le frequenze dei segnali sovrapposti, che deve essere superiore a 100 KHz. Le prestazioni dell'algoritmo sono molto buone, ottenute con segnali con un SNR > 20 dB, con una percentuale di successi superiore all' 80% dei casi. Degno di nota il fatto che tale algoritmo, non necessitando di antenna array e ricevitore multi-canale, è direttamente implementabile nelle stazioni riceventi attualmente operanti.

3D – 8D: necessitano di antenna ad array non calibrato formata da almeno 2 elementi per implementare il 3D, ed almeno 4 elementi per implementare l'8D, e un ricevitore multi-canale. Possono rilevare e separare segnali sovrapposti anche con una differenza tra i tempi di arrivo nulla. I limiti risiedono nella differenza tra le direzioni di arrivo, minima di $3,5^\circ$ per un SNR di 20 dB. Ulteriore limite risiede nel valore di SNR, in quanto la stima dei parametri geometrici degrada con la diminuzione dell'ampiezza utile dei segnali. Allo stato attuale, cioè grazie ai test effettuati con segnali simulati, e un primo test effettuato con segnali reali, a cui deve seguire un affinamento dell'algoritmo grazie ai feedback delle prove, sono state evidenziate buone prestazioni anche con un grado di sovrapposizione totale dei segnali. Le poche prove effettuate hanno messo in risalto anche dei limiti computazionali, tipici dello stato prematuro degli studi su tali algoritmi.

In conclusione gli studi hanno portato alla definizione di tecniche che rispondono agli obiettivi prefissati. Sono stati sviluppati metodi che limitano ed evitano le conseguenze del problema affrontato. Inoltre, dall'analisi di scenari reali, i limiti riscontrati si identificano in una limitata percentuale di casi rispetto al globale. La tabella seguente riassume schematicamente gli algoritmi presentati, includendo caratteristiche, prestazioni e limiti.

	ricevitore	metodo	n. max sorg. separabili	prestazioni*	limiti
PA	array m -elementi multicanale	-algebrico -diversità angolo d'arrivo	2	>99%	-supporto temporale con una sola sorgente -differenza direzioni d'arrivo
EPA	array m -elementi multicanale	-algebrico -diversità angolo d'arrivo	$d < m$	~ 90%	-supporto temporale con una sola sorgente -differenza direzioni d'arrivo
PASA	antenna omni singolo canale	-algebrico -diversità frequenza	2	> 80%	-supporto temporale con una sola sorgente -differenza frequenza - SNR
sparsity 3D 8D	array m -elementi multicanale	-geometrico -diversità angolo d'arrivo	2	> 80%**	-differenza direzioni d'arrivo -SNR

* prestazioni ricavate da considerazioni globali

** con segnali simulati e semi-simulati [41]

Bibliografia

- [1] M.C. Stevens, “Secondary Surveillance Radar”, Artech House 1988.
- [2] EUROCONTROL, Mode S and ACAS Programme, available: http://www.eurocontrol.int/msa/public/standard_page/ACAS_Startpage.html
- [3] ICAO, Aeronautical telecommunications Annexes 10 to the convention on international civil aviation, Volume IV Surveillance Radar and Collision Avoidance System, 1998.
- [4] Myron Kayton, Walter R. Fried, “Avionics Navigation Systems”, Wiley Interscience 1997.
- [5] RTCA, MOPS for 1090 MHz Extended Squitter ADS-B and TIS-B, DO 260, web site: www.rtca.org.
- [6] N. Petrochilos, G. Galati, E. Piracci, “Array processing of SSR signals in the multilateration context, a decade survey”, ESAV08 Capri Italy, September 2008.
- [7] Nicolas Petrochilos, “Algorithms for separation of SSR replies”, DUP Science ISBN 90-407-2371-0.
- [8] Luca Menè “Acquisizione ed analisi di repliche del Radar Secondario di Sorveglianza”, Tesi di Laurea Università Tor Vergata a.a. 2002/03.
- [9] M. C. Stevens, “Multipath and interference effects in secondary surveillance radar systems”, proceedings of IEE vol. 128 n. 1, february 1981, pp. 43-53.
- [10] R.G. J. Valarmathi, R. Rajesh, R. Sharma, T. Balakrishnan, “A monopulse based correlation technique for de-garble processing of SSR replies”, in proceedings of CIE’06 International Conference on Radar, Shanghai China October 2006, pp. 1501-1505.
- [11] G. Galati, E. Piracci, M. Gasbarra, “Decoding techniques for SSR mode S signals in high traffic environment”, Proceedings of European Microwave Week EuRAD 05, Paris France, October 2005.
- [12] S. Barnett, “Matrices, methods and applications”, Oxford University Press 1992.
- [13] M.S. Bartlett, “Smoothing Periodograms from time series with continuous spectra”, Nature, n. 161, pp. 686-687, 1948.
- [14] M. Zoltowski, “On the performance analysis of the MVDR beamformer in the presence of correlated interference”, IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, vol. 36, pp. 945-947, June 1988.
- [15] J. Capon, “High resolution frequency-wavenumber analysis”, proceedings IEEE vol. 57, pp. 2408-2418, August 1969.
- [16] A. J. van der Veen, G. Leus, “Signal processing for communications”, Delft University of Technology 2005 – lecture note, website: <http://cas.et.tudelft.nl/~allejan/>.

- [17] P. Stoica, A. Nehorai, "MUSIC, maximum likelihood and Cramer-Rao Bound", IEEE Transactions on ASSP vol. 37 pp. 720-741, may 1981.
- [18] R. O. Schmidt, "Multiple emitter location and signal parameter estimation", IEEE Transactions on Antenna and propagation, Vol. 34 N. 3 1986.
- [19] R. Roy, T. Kailath, "ESPRIT estimation of signal parameters via rotational invariance techniques", IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 37 July 1989, pp. 984-995.
- [20] N. Petrochilos, G. Galati, E. G. Piracci, "Separation of SSR signals by array processing in multilateration systems", IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems, vol. 45 n. 3 pp.965-982, Luglio 2009.
- [21] N. Petrochilos, G. Galati, L. Menè, E.G. Piracci, "Separation of multiple secondary surveillance radar sources in a real environment by a novel projection algorithm", in Proceedings of IEEE ISSPIT 2005, Athens Greece, december 2005.
- [22] N. Petrochilos, G. Galati, E.G. Piracci, "Projection techniques for separation of multiple secondary surveillance radar sources in a real environment", in Proceedings of IEEE SAM 2006, Waltham MA, july 2006.
- [23] N. Petrochilos, G. Galati, E.G. Piracci, "Separation of multiple secondary surveillance radar sources in a real environment for the near-far case", in Proceedings of ASP 2007 Honolulu Hawaii, june 2007.
- [24] E. G. Piracci, N. Petrochilos, G. Galati, "Super-imposed signals: Single antenna projection algorithm and processing architecture", IEEE ISSPIT Cairo, Egypt, 15-18 December 2007.
- [25] E.G. Piracci, N. Petrochilos, G. Galati, "Single-antenna projection algorithms for Mode S based airport traffic surveillance", International symposium Enhanced solutions for aircraft and vehicles surveillance ESAVS 2007, Bonn, Germany, 6-7 March 2007.
- [26] E. Piracci, N. Petrochilos, G. Galati, "Single antenna projection algorithm to discriminate super-imposed secondary surveillance radar mode s signal", in Proceedings of EuRAD 2007, Germany 2007.
- [27] E. G. Piracci, G. Galati, N. Petrochilos, F. Fiori, "1090 MHz channel capacity improvement in the air traffic control context", International journal of Microwave and Wireless Technologies, 2009, Vol. 1, issue 3, pp. 193-199.
- [28] N. Petrochilos, G. Galati, E. Piracci, "Secondary surveillance radar: sparsity based sources separation in a real environment", Proceedings of ESAV08 Capri Italy, September 2008.
- [29] E. Piracci, N. Petrochilos, G. Galati, "Mixed SSR sources separation exploiting sparsity: a geometrical approach", Proceedings of EuRAD 2009, Rome Italy, October 2009.

- [30] N. Petrochilos, G. Galati, E. G. Piracci, "Coherent sources separation based on sparsity: an application to SSR signals", *International journal of Microwave and Wireless Technologies*, 2009, Vol. 1, issue 3, pp. 193-199.
- [31] N. Petrochilos, P. van Genderen, "A new approach to handle SSR replies", *Conference Radar*, Brest France, may 1999.
- [32] J. F. Cardoso, A. Souloumiac, "Blind beamforming for non-gaussian signals", *IEE proceedings vol. 140*, pp. 362-370, Dec. 1993.
- [33] E. Chaumette, P. Comon, D. Muller, "An ICA-based technique for radiating sources estimation; Application to airport surveillance", *IEE Proceedings*, 140 December 1993, pp. 395-401.
- [34] N. Petrochilos, P. Comon, "Separation de signaux ZCM: Application en radar SSR", *Proceedings of GRETSI 2003*, Paris France sept. 2003.
- [35] N. Petrochilos, P. Comon, "A zero-cumulant random variable and its application", *Signal processing magazine*, n. 86, Nov. 2006.
- [36] Z. Zoldovsky, P. Tichavsky, "Efficient variant of algorithm Fast ICA for independent component analysis attaining the Cramer-Rao lower bound", In *IEEE SP Workshop on statistical signal processing*, july 2005.
- [37] N. Petrochilos, A. van der Veen, "Algorithms to separe overlapping secondary surveillance radar replies", in *proceedings of ICASSP 2004*, pp. 49-53, 17-21, Montreal Canada, May 2004.
- [38] A. van der Veen, J. Tol, "Separation of zero/constant modulus signals", *Proceedings of IEEE ICASSP*, Munich Germany, April 1997, pp. 3445-3448.
- [39] G. H. Golub, C. F. Van Loan, "Matrix computations", *The Johns Hopkins university Press* 1989, p. 243.
- [40] S. Haykin, *et al.*, "Radar array processing", *Springer-Verlag* 1993.
- [41] E. G. Piracci, "Analisi di segnali sovrapposti ed agilità di frequenza nel SSR di Modo S", *Tesi di Laurea a.a. 2003/2004 Università Tor Vergata Roma*, 2005.
- [42] Krim, H., and Viberg, M., "Two decades of array signal processing research", *IEEE Signal Processing Magazine*, 67-94, July 1996.
- [43] Nicolas Petrochilos, *SSR real implementation*, *Rapporto tecnico CVV Tor Vergata*, n.594 Febbraio 2006.
- [44] E. Piracci, N. Petrochilos, G. Galati, "Separation algorithm with a single antenna for SSR signals", in *IET Radar, Sonar and Navigation*, in preparation.

- [45] G. Galati, E. G. Piracci, S. Gelli, F. Fiori, PCT/IT 2008/000568 “Reply detection in a secondary surveillance radar”, International patent application, 9 September 2008.
- [46] G. Galati, “High-capacity location and identification system for cooperating mobiles with frequency agile and time division transponder device on board”, Paten application PCT/IT2005/053343.
- [47] G.Galati, P. Magarò, E. G. Piracci, L. Ciccotti, "Multilateration applied to airport vehicles management systems: the Agile Transponder", European Microwave Week, Manchester, UK, September 2006.
- [48] M. Zibulevsky, B. Pearlmutter, P. Bofill, P. Kisiliev, “Independent component analysis: principles and practice, chapter blind source separation by sparse decomposition”, Cambridge University Press, 2001.
- [49] A. Larue, M. Van Der Baan, J. Mars, C. Jutten, “Sparsity or whiteness: what criterion to use for blind deconvolution of seismic data ?”, SEG Technical Program Expanded Abstracts, 2005, 1642-1645.
- [50] P. Bofill, M. Zibulevsky, “Blind separation of more sources than mixtures using sparsity of their short-time Fourier transform”, Proc. Int. Workshop on ICA and BSS, Helsinki, Finland, 19-22 June 2000.
- [51] P. V. C. Hough, “Method and means for recognize complex pattern”,[EUROCONTROL, #4] U.S. Patent 3.069.654, 1962.
- [52] Seber, G. A. F., “Multivariate Observations”, Wiley, 1984.
- [53] EUROCONTROL and FAA, Technical Link Assessment Report, TLAT, March 2001, available: <http://www.eurocontrol.int>.
- [54] EUROCONTROL and FAA, 1090 MHz Extended Squitter Assessment Report, June 2002, , available: <http://www.eurocontrol.int>.
- [55] EUROCONTROL, CASCADE programme – 1090 MHz capacity final report., available: <http://www.eurocontrol.int>.