## Capitolo 14

# Scattering elettromagnetico e radar

Si è visto che quando un'onda elettromagnetica incide sul piano di separazione tra due mezzi, si genera un'onda riflessa in modo che le condizioni al contorno siano soddisfatte. Ciò resta valido anche se la superficie di separazione tra i mezzi non è piana e l'onda incide su un oggetto di dimensioni finite.

Consideriamo un "oggetto" nell'atmosfera (aereo, parte emersa di un natante, manufatti, superficie terrestre, ...) o nel vuoto (satellite). L'oggetto occupa il volume V', è caratterizzato da una costante dielettrica complessa (che eventualmente tiene conto della conducibilità  $g \neq 0$ ), funzione di punto al suo interno,

$$\epsilon(\mathbf{r}') = \epsilon_0[\epsilon'(\mathbf{r}') + j\epsilon''(\mathbf{r}')] \qquad \text{in } V'$$

e permeabilità magnetica  $\mu_0$  ed è immerso in uno spazio omogeneo con costanti  $\epsilon_0$  e  $\mu_0$  (Fig. 14.1). All'esterno delle sorgenti, il campo elettromagnetico soddisfa le equazioni di Maxwell:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu_0 \mathbf{H} \tag{14.1}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\epsilon(\mathbf{r})\mathbf{E} \tag{14.2}$$



Figura 14.1: Oggetto nello spazio libero su cui incide un'onda localmente piana e uniforme che trasporta la densità di potenza  $\mathcal{P}_i$ .

Se si pone

la (14.2) si scrive

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\epsilon_0 \mathbf{E} + j\omega[\epsilon(\mathbf{r}') - \epsilon_0]\mathbf{E}$$
(14.3)

Il termine  $j\omega[\epsilon(\mathbf{r}') - \epsilon_0]\mathbf{E}$  può essere considerato una corrente di sorgente equivalente, nulla ovunque tranne all'interno dell'oggetto, in modo da scrivere le equazioni di Maxwell nella forma

 $\epsilon = \epsilon_0 + \epsilon - \epsilon_0$ 

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) = -j\omega\mu_0 \mathbf{H}(\mathbf{r})$$

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) = j\omega\epsilon_0 \mathbf{E}(\mathbf{r}) + \mathbf{J}_{eq}(\mathbf{r}')$$

$$\mathbf{J}_{eq}(\mathbf{r}') = \begin{cases} j\omega[\epsilon(\mathbf{r}') - \epsilon_0]\mathbf{E} & \text{in } \mathbf{V}' \\ 0 & \text{all'esterno} \end{cases}$$
(14.4)

dove

Il campo elettromagnetico in presenza dell'oggetto soddisfa quindi le equazioni di  
Maxwell per lo spazio libero contenenti un termine di sorgente localizzato nel volume  
occupato dal corpo. Si ricordi che si è giunti a un risultato analogo anche nel caso di  
mezzo disomogeneo continuo (paragrafo 5.2). Il campo reirradiato dall'oggetto, solu-  
zione delle (14.4) in punti esterni al volume V' è il campo di scattering 
$$\mathbf{E}_s(\mathbf{r}), \mathbf{H}_s(\mathbf{r})$$
,  
diffuso dall'oggetto, che si sovrappone al campo dell'onda incidente  $\mathbf{E}_i(\mathbf{r}), \mathbf{H}_i(\mathbf{r})$  per  
dare il campo totale:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}) &= \mathbf{E}_i(\mathbf{r}) + \mathbf{E}_s(\mathbf{r}) \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}) &= \mathbf{H}_i(\mathbf{r}) + \mathbf{H}_s(\mathbf{r}) \end{aligned}$$

## 14.1 Funzione di reirradiazione

La determinazione del campo diffuso può essere condotta con la tecnica consueta dei potenziali vettori

$$\begin{split} \mathbf{H}_{s}(\mathbf{r}) &= \nabla \times \mathbf{A}_{s}(\mathbf{r}) \\ \mathbf{E}_{s}(\mathbf{r}) &= \frac{1}{j\omega\epsilon_{0}} \nabla \times \nabla \times \mathbf{A}_{s}(\mathbf{r}) \end{split} \qquad \qquad \text{per } \mathbf{r} \neq \mathbf{r}' \end{split}$$

dove  $\mathbf{A}_s$  è legato alla sorgente tramite la funzione scalare di Green per lo spazio libero:

$$\mathbf{A}_{s}(\mathbf{r}) = \iiint_{V'} G_{0}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{J}_{eq}(\mathbf{r}') dV'$$
  
$$= j\omega\epsilon_{0} \iiint_{V'} G_{0}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') [\epsilon'(\mathbf{r}') + j\epsilon''(\mathbf{r}') - 1] \mathbf{E}(\mathbf{r}') dV' \qquad (14.5)$$

 $\operatorname{con}$ 

$$G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{e^{-j\kappa_0(|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|)}}{4\pi(|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|)}$$

#### 14.2. SEZIONI TRASVERSE

Di interesse applicativo è il campo reirradiato a grande distanza dall'oggetto. Dal momento che la (14.5) è formalmente identica alla (11.12), sono valide le conclusioni tratte nel Cap. 11. In particolare,

$$\mathbf{H}_{s\infty}(\mathbf{r}) = \iiint_{V'} \nabla G_0(R) \times \mathbf{J}_{eq}(\mathbf{r}') \, dV'$$
  
$$\simeq -j\kappa_0 \frac{e^{-j\kappa_0 r}}{4\pi r} \iiint_{V'} \mathbf{r}_{0s} \times \mathbf{J}_{eq}(\mathbf{r}') e^{j\kappa_0 \mathbf{r}' \cdot \mathbf{r}_{0s}} \, dV' \qquad (14.6)$$

$$\mathbf{E}_{s\infty}(\mathbf{r}) \simeq j\omega\mu_0 \frac{e^{-j\kappa_0 r}}{4\pi r} \iiint_{V'} \mathbf{r}_{0s} \times \left[\mathbf{r}_{0s} \times \mathbf{J}_{eq}(\mathbf{r}')\right] e^{j\kappa_0 \mathbf{r}' \cdot \mathbf{r}_{0s}} dV' \qquad (14.7)$$

Nelle (14.6) e (14.7) la distribuzione di corrente equivalente è espressa in funzione del campo elettrico che l'onda incidente provoca nei vari punti all'interno dell'oggetto. Assunta l'onda incidente piana e uniforme, caratterizzata dal vettore di propagazione  $\mathbf{k}_{0i} = \kappa_0 \mathbf{r}_{0i}$ , il campo interno è funzione di  $\mathbf{r}_{0i}$  e di conseguenza, per un'assegnata orientazione dell'oggetto diffondente, il campo diffuso risulta funzione di  $\mathbf{r}_{0i}$  ed  $\mathbf{r}_{0s}$ 

Il campo elettrico diffuso a grande distanza si scrive (cfr. paragrafo 12.1.1)

$$\mathbf{E}_{s\infty}(\mathbf{r}) = \frac{e^{-jk_0r}}{r} \mathbf{f}(\mathbf{r}_{0i}, \mathbf{r}_{0s})$$

dove, sviluppato il doppio prodotto vettore nella (14.7),

$$\mathbf{f}(\mathbf{r}_{0i},\mathbf{r}_{0s}) = \frac{\kappa_0^2}{4\pi} \iiint_{V'} \{\mathbf{E}(\mathbf{r}') - \mathbf{r}_{0s} \left[\mathbf{r}_{0s} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}')\right] \} [\epsilon'(\mathbf{r}') + j\epsilon''(\mathbf{r}') - 1] e^{j\kappa_0 \mathbf{r}' \cdot \mathbf{r}_{0s}} dV'$$
(14.8)

è la funzione di reirradiazione che rappresenta ampiezza, fase e polarizzazione del campo lontano diffuso nella direzione  $\mathbf{r}_{0s}$  da un oggetto investito da un'onda piana uniforme che si propaga nella direzione  $\mathbf{r}_{0i}$ . Si noti che  $\mathbf{E}(\mathbf{r}') - \mathbf{r}_{0s}[\mathbf{r}_{0s} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}')] = \mathbf{E}_{\perp}(\mathbf{r}')$ , il che indica che la sorgente dello scattering a grande distanza è proporzionale al componente del campo elettrico interno ortogonale alla direzione di scattering.

Per calcolare la funzione di reirradiazione va determinato il campo all'interno del corpo. Se quest'ultimo ha forma semplice,  $\mathbf{E}_{\perp}(\mathbf{r}')$  è determinabile analiticamente. Per oggetti di forma non semplice si ricorre ad approssimazioni analitiche o a metodi numerici, dal momento che la soluzione dell'equazione integrale (14.8) è ardua in generale.

## 14.2 Sezioni trasverse

La funzione di reirradiazione (14.8), analoga al diagramma di radiazione, è tale che

$$|\mathbf{f}(\mathbf{r}_{0i},\mathbf{r}_{0s})|^2 = 2\eta_0 P_s$$

se  $P_s$  è la densità di potenza diffusa per unità di angolo solido nell'intorno della direzione  $\mathbf{r}_{0i}$ . Dato che  $P_s$  dipende dall'ampiezza del campo incidente, si definisce la

sezione trasversa di scattering bistatico  $\sigma(\mathbf{r}_{0i}, \mathbf{r}_{0s})$ , normalizzando rispetto alla densità superficiale di potenza incidente:

$$\sigma(\mathbf{r}_{0i}, \mathbf{r}_{0s}) = 4\pi \frac{P_s(\mathbf{r}_{0s})}{\mathcal{P}_i(\mathbf{r}_{0i})} \qquad \mathrm{m}^2$$
(14.9)

Questa quantità caratterizza le proprietà di scattering dell'oggetto considerato, indipendentemente dall'ampiezza dell'onda che lo investe.

Il valore che la sezione trasversa di scattering bistatico assume per  $\mathbf{r}_{0s} = -\mathbf{r}_{0i}$ 

$$\sigma_b(\mathbf{r}_{0i}) = \sigma(\mathbf{r}_{0i}, -\mathbf{r}_{0i}) \tag{14.10}$$

sezione trasversa di scattering monostatico, o *sezione trasversa radar*, è di particolare importanza nelle applicazioni radar, che, in larga maggioranza, sono monostatiche.

Se si integra sull'angolo solido la sezione trasversa di scattering bistatico si ha la potenza che globalmente viene diffusa dal corpo considerato per densità di potenza incidente unitaria. Tale quantità è la *sezione trasversa di scattering* e rappresenta le capacità diffondenti del corpo per ciascuna direzione di provenienza dell'onda incidente:

$$\sigma_s(\mathbf{r}_{0i}) = \frac{1}{4\pi} \iint_{4\pi} \sigma(\mathbf{r}_{0i}, \mathbf{r}_{0s}) \, d\Omega = \frac{W_s}{\mathcal{P}_i} \tag{14.11}$$

È da notare che se l'oggetto considerato è dissipativo, parte della potenza che lo investe viene dissipata al suo interno. Questa quantità, normalizzata alla densità  $\mathcal{P}_i$  di potenza incidente, è la sezione trasversa di assorbimento:

$$\sigma_a(\mathbf{r}_{0i}) = \frac{\omega \epsilon_0 \iiint |\epsilon''| \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^* \, dV'}{2\mathcal{P}_i} \tag{14.12}$$

La somma

$$\sigma_t(\mathbf{r}_{0i}) = \sigma_s(\mathbf{r}_{0i}) + \sigma_a(\mathbf{r}_{0i}) \tag{14.13}$$

è la sezione trasversa di estinzione, che caratterizza le proprietà dell'oggetto nel sottrarre potenza a un'onda che lo investe viaggiando lungo  $\mathbf{r}_{0i}$ . Il rapporto tra la potenza diffusa e quella sottratta

$$\mathcal{A}(\mathbf{r}_{0i}) = \frac{\sigma_s(\mathbf{r}_{0i})}{\sigma_t(\mathbf{r}_{0i})} \tag{14.14}$$

è l'albedo che il corpo presenta nella direzione  $(\mathbf{r}_{0i})$ .

Occorre tenere presente che il campo interno  $\mathbf{E}(\mathbf{r}')$  dipende anche dalla polarizzazione dell'onda incidente e inoltre che il campo diffuso  $\mathbf{E}_s(\mathbf{r})$  può essere polarizzato diversamente da quello incidente. Le quantità definite in precedenza fanno riferimento alla potenza e non contengono l'informazione sulla polarizzazione. In particolare, per tener conto di quest'ultima, le sezioni trasverse di scattering bistatico e monostatico vanno sostituite con espressioni matriciali, come sarà accennato in seguito.

## 14.2.0.1 Problema

Calcolare le sezioni trasverse di backscattering di un disco piano conduttore ideale di forma circolare avente raggio a = 1 m e disposto ortogonalmente alla direzione di incidenza di un'onda a frequenze

- 1. f = 1.5 GHz
- 2.  $f = 10 \ GHz$
- 3. f = 35 GHz.

Si calcoli il campo reirradiato a partire dalla densità di corrente che scorre sulla superficie del disco, ottenuta trascurando gli effetti dei bordi.

#### 14.2.0.2 Problema

Calcolare la sezione trasversa radar di una lastra piana di alluminio ( $g \simeq 8 \cdot 10^6 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$ ,  $\epsilon \simeq \epsilon_0$ ,  $\mu \simeq \mu_0$ ) quadrata di lato  $\ell = 1 \text{ m e spessore } d = 5 \text{ mm}$ , per incidenza normale alla frequenza f = 3 GHz.

Si calcoli il campo reirradiato a partire dalla densità di corrente che scorre nello strato superficiale della lastra (vedi paragrafo 9.1.2), ottenuta trascurando gli effetti dei bordi e si facciano le approssimazioni consentite dalla profondità di penetrazione e dallo spessore della lastra.

## 14.2.0.3 Problema

Sulla superficie della lastra metallica del problema 14.2.0.2 viene depositato un materiale che riduce il coefficiente di riflessione a  $q_E = -0.03$ .

Calcolare la nuova sezione trasversa radar.

Si calcoli il campo reirradiato a partire dalle densità di correnti **equivalenti** sulla superficie esterna della lastra, trascurando gli effetti dei bordi.

## 14.3 Equazione del radar

Un sistema radar individua la presenza di un oggetto nell'atmosfera o sulla superficie terrestre captando una parte della potenza retrodiffusa dall'oggetto. La distanza dell'oggetto è determinata dal tempo intercorso tra l'irradiazione della potenza e la captazione dell'eco, mentre la sua velocità radiale può essere misurata a partire dallo spostamento Doppler. Sistemi particolarmente sofisticati possono identificare alcune caratteristiche dell'oggetto a partire dalle caratteristiche spettrali e polarimetriche dell'eco ricevuta.

Per effetto della potenza  $W_T$  trasmessa dal radar (Fig. 14.2), sull'oggetto, assunto a distanza R grande dall'antenna A, incide un'onda localmente piana e uniforme che trasporta una densità superficiale di potenza

$$\mathcal{P}_i = \frac{DW_T}{4\pi R^2} e^{-2\int_0^R \alpha(\lambda, s) \, ds} \tag{14.15}$$

Nella (14.15) si è tenuto conto dell'attenuazione atmosferica, come già fatto per il



Figura 14.2: Alla potenza trasmessa  $W_T$  corrisponde una densità di potenza  $\mathcal{P}_i$  incidente sull'oggetto; lo scattering da parte di quest'ultimo fa ritornare una densità di potenza retrodiffusa  $\mathcal{P}_s$  sull'antenna radar, che capta la potenza di eco  $W_r$ .

calcolo del coefficiente di trasmissione tra due antenne. I materiali di cui è costituito l'oggetto hanno conducibilità, costante dielettrica ed eventualmente permeabilità magnetica diverse da quella del mezzo circostante. Ciò causa scattering dell'onda elettromagnetica incidente, per cui una parte della potenza viene reirradiata nelle varie direzioni  $\mathbf{r}_{0s}$  secondo la sezione trasversa di scattering bistatico  $\sigma(\mathbf{r}_{0i}, \mathbf{r}_{0s})$  dell'oggetto. Per le (14.9) e (14.10), nella direzione  $\mathbf{r}_{0s} = -\mathbf{r}_{0i}$  viaggia una densità angolare di potenza

$$P_s(\mathbf{r}_{0i}, -\mathbf{r}_{0i}) = \frac{\sigma_b(\mathbf{r}_{0i})\mathcal{P}_i}{4\pi}$$

cui corrisponde una densità superficiale di potenza

$$\mathcal{P}_s = \frac{\sigma_b(\mathbf{r}_{0i})\mathcal{P}_i}{4\pi R^2} e^{-2\int_0^R \alpha(\lambda,s) \, ds} = \frac{D W_T \, \sigma_b}{(4\pi R^2)^2} e^{-4\int_0^R \alpha(\lambda,s) \, ds}$$

alla distanza R, supposta grande rispetto all'oggetto, a cui è situata l'antenna A. Quest'ultima capta la potenza

$$W_r = A_e \mathcal{P}_s = \frac{A_e D \sigma_b}{(4\pi R^2)^2} W_T e^{-4\int_0^R \alpha(\lambda, s) \, ds} = \frac{\eta_A^2 A_g^2 \sigma_b}{4\pi \lambda^2 R^4} W_T e^{-4\int_0^R \alpha(\lambda, s) \, ds}$$
(14.16)

L'equazione del radar (14.16) mostra come la potenza captata da oggetti ai limiti della copertura di un radar convenzionale, dell'ordine delle centinaia di km, possa avere valori molto bassi, soprattutto quando l'attenuazione atmosferica non è trascurabile, e richiedere alte potenze (anche MW) di picco trasmesse, grandi dimensioni delle antenne e sistemi di ricezione che includono sofisticati algoritmi di elaborazione del segnale.

## 14.3.0.1 Problema

Un'antenna radar a bocca rettangolare di lati $2m\times 1m$ irradia una potenza (di picco) di 500 kW a 5 GHz.

Calcolare la potenza d'eco ricevuta per effetto di un bersaglio posto a distanza  $R = 100 \, km$  e avente sezione trasversa di scattering monostatico (o di backscattering)  $\sigma_b = 10^3 \, m^2$ .

### 14.3.0.2 Problema

Un'antenna radar ad apertura circolare ha un diametro 2a = 3 m, un rendimento di apertura pari a 0.6 e irradia una potenza  $W_T = 100 \, kW$  alla frequenza  $f = 3 \, GHz$ . Un oggetto riflettente dista dall'antenna 10 km e la costante di attenuazione atmosferica è  $\alpha = 0.02 \, km^{-1}$ .

Calcolare:

- 1. la densità superficiale di potenza in prossimità dell'oggetto riflettente;
- 2. la potenza captata dall'antenna quando l'oggetto riflettente è un aereo stealth, la cui sezione trasversa radar è  $\sigma_b \simeq 0.1 m^2$ ;
- 3. quale deve essere la sezione trasversa radar di un aereo perché la stessa antenna capti una potenza  $W_r = 10 nW$ .

## 14.3.0.3 Problema

Un radar operante alla frequenza f = 80 GHz, posto al livello del mare, ha antenna ad apertura circolare di raggio a = 33.3 m puntata allo zenit.

Determinare la potenza ricevuta quando un satellite alla quota di 800 km si trova sull'asse del lobo principale dell'antenna, sapendo che il radar trasmette una potenza  $W_T = 100 \, kW \, e$ la sezione trasversa di backscattering del satellite è  $\sigma_b = 100 \, m^2$ .

Si assuma il radar in una località alle medie latitudini, in condizioni estive e con cielo sereno.

#### 14.3.0.4 Problema

Un'antenna radar ad apertura rettangolare illuminata uniformemente ha dimensioni  $2m \times 1$  m, opera a 3 GHz e irradia 100 kW.

Determinare la potenza ricevuta quando è presente un bersaglio assimilabile a un piano conduttore ideale di forma quadrata di lato  $\ell = 1 m$  posto alla distanza R = 50 km, ortogonale alla direzione locale di propagazione e

- 1. nella direzione del massimo del diagramma di radiazione;
- 2. in una direzione nel piano orizzontale (Fig. 13.10) che forma l'angolo di 0.022 rad con la direzione di massimo del diagramma di radiazione.

## 14.4 L'osservazione della Terra da radar satellitari

Il radar nei suoi primissimi anni di vita in ambiente bellico era adibito alla *scoper*ta di aerei o navi, ma già dopo la prima metà della seconda guerra mondiale erano operativi sistemi avionici a frequenze anche superiori ai 10 GHz che, rilevando la mappa della superficie terrestre sottostante, consentivano bombardamenti notturni di installazioni, impianti e centri abitati. Con l'avvento e lo sviluppo delle applicazioni civili, la funzione del radar si è evoluta verso l'osservazione dell'ambiente terrestre, nelle sue componenti atmosferica, marina e terrestre. La disponibilità di piattaforme satellitari per uso civile ha fatto progredire in maniera decisiva il monitoraggio ambientale, consentendo misure su scala globale e su lunghi periodi di tempo. I sistemi radar di monitoraggio satellitare della superficie terrestre sono dedicati alla raccolta di informazioni relative ai parametri bio-geofisici e morfologici da usare in campo scientifico, in servizi e in applicazioni commerciali. Queste informazioni di interesse per gli utenti vengono derivate da misure di ampiezza, fase e polarizzazione del campo elettromagnetico diffuso dalla superficie terrestre (o dall'atmosfera).

Nell'osservazione della Terra, l'oggetto osservato dal radar è generalmente una porzione della superficie di cui viene generata una mappa associando a ciascuna cella di risoluzione spaziale il dato di ampiezza, fase e polarizzazione del campo elettromagnetico da essa diffuso. La cella può essere vista come l'intersezione del "lobo principale" dell'antenna del radar (reale o sintetica) con la superficie stessa. Le dimensioni della cella sono quindi determinate sia dai parametri satellitari sia da quelli del sistema radar. Il prodotto più comune che un radar satellitare fornisce è un'immagine della superficie costituita dalla distribuzione bidimensionale dell'intensità dello scattering che proviene da ciascun elemento d'immagine, denominato pixel (Fig. 14.3). Tale mappa è ottenuta associando alle coordinate del centro del pixel il valore del corrispondente coefficiente di backscattering, definito come la sezione trasversa di retrodiffusione (backscattering) per unità di superficie

$$\sigma^0 = \frac{\sigma(\theta, \phi; \theta, \phi + \pi)}{\Delta A}$$

se  $\Delta A$  è l'area della cella superficiale di risoluzione.

Dato che il coefficiente di backscattering dipende dalle caratteristiche locali della superficie, l'immagine radar è la base di partenza per la produzione di mappe dei parametri di interesse per gli utenti.

A parità degli altri parametri di sistema (frequenza, angolo locale di incidenza, risoluzione spaziale, quota del satellite, ecc.), la polarizzazione del campo influenza notevolmente la risposta radar. A parte le brevi missioni delle Shuttle, i primi sistemi continuativamente in orbita hanno operato trasmettendo e ricevendo la stessa polarizzazione lineare, producendo quindi mappe dei coefficienti di backscattering *co-polare orizzontale*,  $\sigma_{hh}^0$  (missioni JERS e RADARSAT), o *co-polare verticale*  $\sigma_{vv}^0$  (missioni ERS-1 ed ERS-2). Per definire le direzioni verticale e orizzontale di polarizzazione si fa riferimento al piano localmente tangente al geoide. La missione ENVISAT, iniziata nel 2002, è stata la prima a fornire immagini anche del coefficiente di backscattering su polarizzazione *incrociata*,  $\sigma_{hv}^0$ , dove il primo pedice (*h*) indica la polarizzazione ricevuta e il secondo (*v*) quella trasmessa. Data l'importanza che la polarizzazione ha nella generazione dei prodotti dalle misure radar, i sistemi satellitari più recenti operano su più polarizzazioni o sono completamente *polarimetrici*, misurano cioè sia l'ampiezza sia la fase delle componenti orizzontale e verticale del campo. Il prodotto base di un radar polarimetrico è la *matrice di scattering* [S] che lega campo incidente

$$\mathbf{E}_{0i} = E_{0v}^{(i)} \mathbf{v}_0 + E_{0h}^{(i)} \mathbf{h}_0$$

e campo retrodiffuso

$$\mathbf{E}_{0s} = E_{0v}^{(s)} \mathbf{v}_0 + E_{0h}^{(s)} \mathbf{h}_0$$

239



Figura 14.3: Immagine del coefficiente di retrodiffusione  $\sigma_{vv}^0$ , co-polare verticale, della città di Roma e del territorio circostante ottenuta dal radar ad apertura sintetica in banda C (f = 5.3 GHz) a bordo del satellite ERS. I dati sono stati forniti dall'Agenzia Spaziale Europea ed elaborati dal Laboratorio di Telerilevamento e GeoInformazione di Tor Vergata.

tramite la

$$\begin{bmatrix} E_{0v}^{(s)} \\ E_{0h}^{(s)} \end{bmatrix} = \frac{e^{-jk_0R}}{R} [\mathbf{S}] \begin{bmatrix} E_{0v}^{(i)} \\ E_{0h}^{(i)} \end{bmatrix} = \frac{e^{-jk_0R}}{R} \begin{bmatrix} f_{vv} & f_{vh} \\ f_{hv} & f_{hh} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{0v}^{(i)} \\ E_{0h}^{(i)} \end{bmatrix}$$
(14.17)

Nella (14.17) il campo  $\mathbf{E}_{0i}$  che incide sull'oggetto osservato a distanza R e quello  $\mathbf{E}_{0s}$  che ritorna al radar sono espressi tramite i due componenti complessi verticale e orizzontale. Dato che la fase assoluta del campo è arbitraria, spesso la componente verticale è assunta reale e a quella orizzontale viene associata la differenza di fase  $\delta_{vi} - \delta_{hi}$  tra le due componenti. Gli elementi di  $[\mathbf{S}]$ , funzioni di scattering complesse

co-polari e per polarizzazione incrociata

240

$$f_{pq} = f_{pq}(f; \theta_i, \phi_i; \mathcal{A}_m) \qquad p, q \equiv v, h$$

sono funzioni della frequenza f, della direzione locale di incidenza  $\theta_i$ ,  $\phi_i$  e dei parametri biologici, fisici e morfologici  $\mathcal{A}_m$ , (m = 1, 2, ...), dell'elemento di superficie che diffonde l'onda elettromagnetica incidente.

Nelle applicazioni radar nelle quali non si mantiene il riferimento di fase, l'ampiezza e lo stato di polarizzazione del campo elettrico sono spesso descritti tramite il *vettore di Stokes modificato*, i cui elementi, analoghi ai parametri definiti nel paragrafo 8.3, sono più direttamente collegabili alla densità superficiale di potenza trasportata dall'onda

$$\mathbf{Y}_m = \begin{bmatrix} |E_v|^2 \\ |E_h|^2 \\ 2\Re e[E_v E_h^*] \\ 2\Im m[E_v E_h^*] \end{bmatrix}$$

Quando si usa questa rappresentazione, il vettore di Stokes dell'onda retrodiffusa  $\mathbf{Y}_{sm}$  viene legato a quello dell'onda incidente  $\mathbf{Y}_{im}$  tramite la *Matrice di Müller*  $[\mathcal{M}]$ :

$$\mathbf{Y}_{sm} = \frac{1}{R^2} [\mathcal{M}] \mathbf{Y}_{im}$$

La matrice  $4 \times 4$  [ $\mathcal{M}$ ], i cui elementi sono legati alle funzioni di scattering precedentemente definite, fornisce i coefficienti di scattering per una qualsiasi combinazione di polarizzazioni di campo incidente (trasmesso) e diffuso (ricevuto). Tali elementi sono a loro volta funzioni dei parametri biologici, fisici e morfologici del pixel cui essi si riferiscono.

Un aspetto fondamentale, decisivo per il successo del monitoraggio satellitare e del telerilevamento in genere, è estrarre le informazioni di interesse applicativo dalle funzioni di scattering o dagli elementi della Matrice di Müller misurati dai sistemi radar. Data la complessità del problema, questo spesso richiede insiemi di misure sufficientemente completi (anche a più frequenze e/o a diversi angoli di incidenza) e lo sviluppo di tecniche di inversione e di stima sofisticate, quali quelle basate sull'intelligenza computazionale (per esempio, algoritmi di reti neurali).

#### 14.4.0.1 Problema

Un radar con antenna ad apertura rettangolare (assunta nel piano xy) di dimensioni  $4m \times 1m$  opera a frequenza f = 3 GHz, ha campi di bocca (per semplicità considerati uniformi)  $\mathbf{E}_{0T} = 3.77 \cdot 10^2 (\mathbf{h}_0 + j \mathbf{v}_0) \ V \ m^{-1}$  (si assumano  $\mathbf{h}_0 \equiv \mathbf{x}_0, \ \mathbf{v}_0 \equiv \mathbf{y}_0$ ),  $\mathbf{H}_{0T} = \mathbf{z}_0 \times \frac{\mathbf{E}_{0T}}{\eta_0}$  e osserva un oggetto posto alla distanza  $R = 50 \ km$  sull'asse dell'antenna stessa. Calcolare:

- 1. il campo elettrico che incide sull'oggetto;
- 2. il campo elettrico che ritorna sull'antenna del radar se l'oggetto è caratterizzato da una matrice di scattering

$$[\boldsymbol{S}] = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.05\\ 0.05 & 0.2 \end{bmatrix}$$

3. la potenza ricevuta dal radar.